

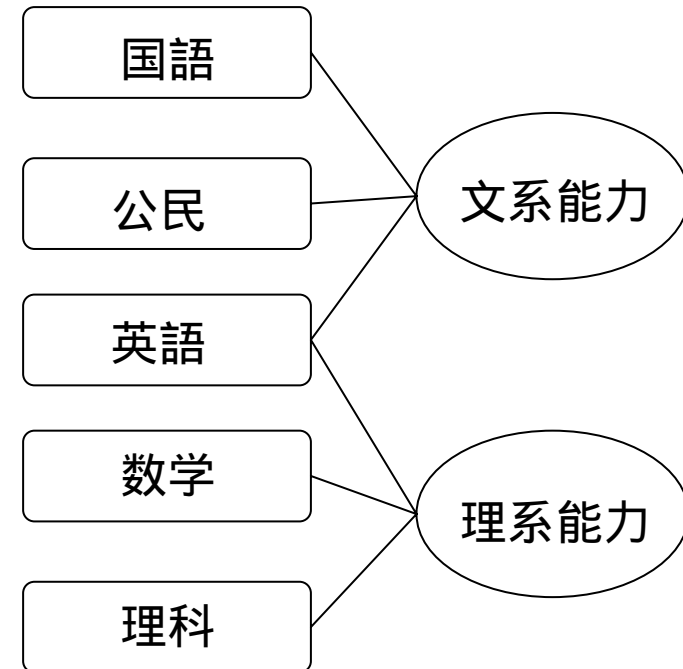


因子分析

M1 嶺本和沙
心理データ解析演習
2006/6/27

0. 因子分析とは

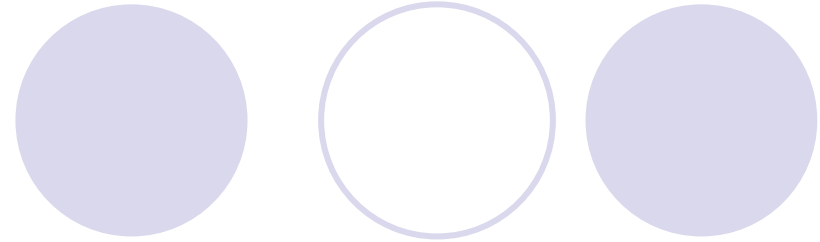
- 直接観測することのできない潜在変数が、観測できる変数に影響していると仮定
- その潜在変数 (= 共通因子) を見つけ出す手法
 - 探索的因子分析
...特に明確な仮説や理論的基盤を持たずに、観測変数に影響を及ぼす因子を探索的に求めようとする
 - 検証的因子分析
...既に何らかの手段によって得られた知見から、因子とそれらに影響を受ける観測変数、さらに因子間の関係などを検証的に分析する



* 潜在変数は観測する際に大きな誤差を伴う
独自因子(スライド24)

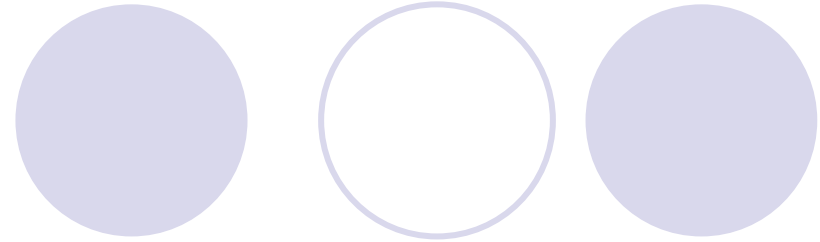
0. 因子分析とは

因子分析を用いる前提

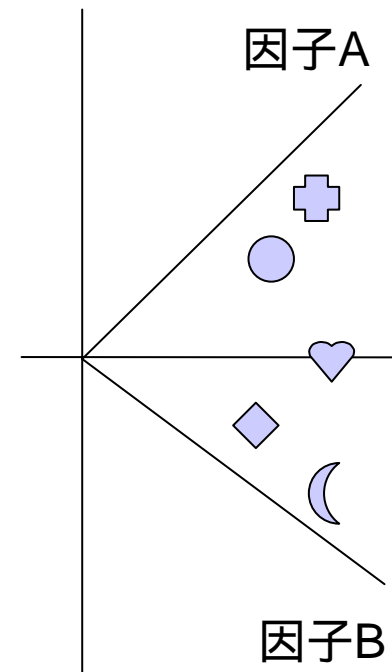


- 数量的に表現されている
 - 間隔尺度以上
 - 順序尺度は厳密にはだめだが...5件法以上で
- 項目間に直線的な相関関係がある
 - 相関関係がない項目では共通因子が見つからない
 - 相関係数を計算して分析を行うため、相関関係が直線的でないとは反映されない
- 変数は正規分布をなしている
- データ数
 - 質問項目は 因子の数の目安 × 3 ~ 4倍
 - 回答者 項目の5 ~ 10倍 (10倍以上が望ましい)

0. 因子分析とは 因子分析の流れ

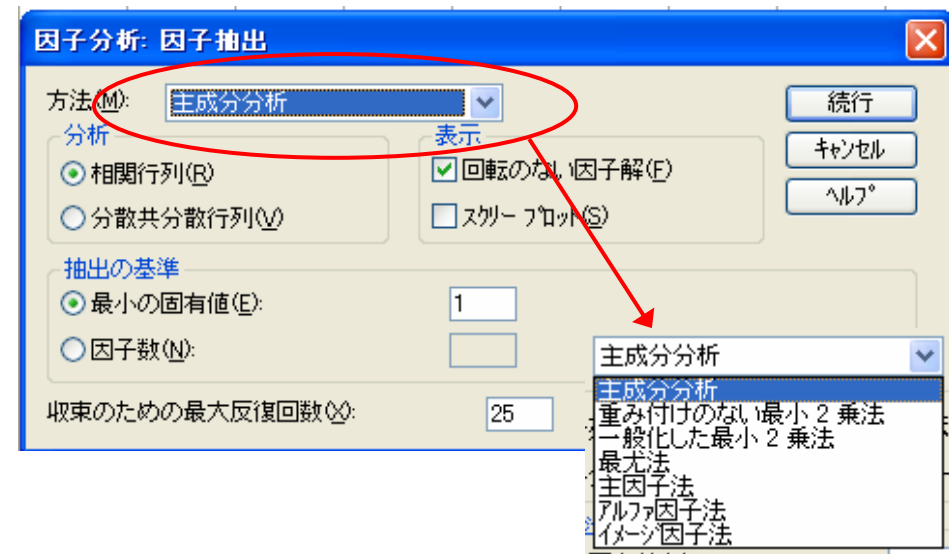
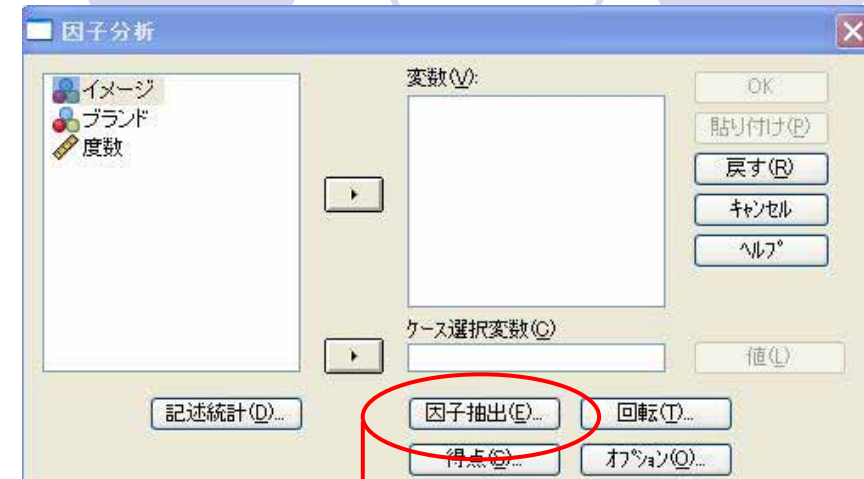


- 質問項目をプロットする
 - 1. 初期解の決定 (因子抽出)
 - 2. 初期解の決定 (因子数)
- うまく解釈できるように軸を決める
 - 3. 因子軸の回転
- 因子に名前をつける
- 何回も分析を行う
 - 分析方法を変えてみる
 - 途中で項目を減らす



1. 初期解の決定 (因子抽出)

- 分析の第一段階
- 求めるのは「推定値」
- この段階では因子は互いに無相関と仮定する
- 通常このまま解釈することは困難(因子軸の回転を利用)
- 最尤法が一般的
- 主成分分析は因子分析とは異なる(スライド31)



1. 初期解の決定

SPSSによる演習 準備

- 仮想データを用いて、まず初期解を決定する

○ 分析 データの分解 因子分析

から変数を選択
をクリック

で詳細画面から
(スライド5参照)

「最尤法」を選択

OK



1. 初期解の決定

SPSSによる演習 結果を見る1

● 共通性

○ 警告が出たら注意

○ 通常1を超えない

0.1未満の項目は削る候補

共通性^a

	初期	因子抽出後
国語	.421	.656
地歴	.373	.453
英語	.357	.412
数学	.436	.421
物理	.436	.903
公民	.277	.181

・ データの数が少ない

・ データの入力がおかしい

・ 因子の抽出法があていない

因子抽出法: 最尤法

a. 反復中に1つまたは複数の1よりも大きい共通性推定値がありました。得られる解の解釈は慎重に行ってください。

1. 初期解の決定

SPSSによる演習 結果を見る2

● 因子行列

- 表の下に注目
- 指定した反復以内で結果が出ないこともある
- 反復回数の上限指定は可能

[因子抽出画面]で

「収束のための最大反復回数」
に直接入力

収束のための最大反復回数∞:

25

因子行列^a

	因子	
	1	2
国語	.031	.809
地歴	-.191	.645
英語	.258	.587
数学	.649	-.010
物理	.950	-.014
公民	.090	.416

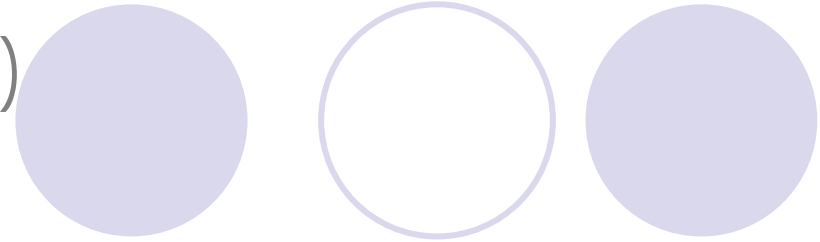
因子抽出法: 最尤法

a. 2 個の因子が抽出されました。23 回の反復が必要です。

2. 初期解の決定 (因子数)

- 固有値によって因子数を決定する
 - カイザー・ガットマン基準
 - スクリー法
- 固有値とは
 - 各因子の全項目に対する支配度
 - 因子寄与に一致 (回転前)
- 因子数が少なすぎるのが特に問題
 - 多すぎるのも問題 (分析の意味がない)
- ある程度は因子数を予測しておくとい

2. 初期解の決定 (因子数) 固有値による決定



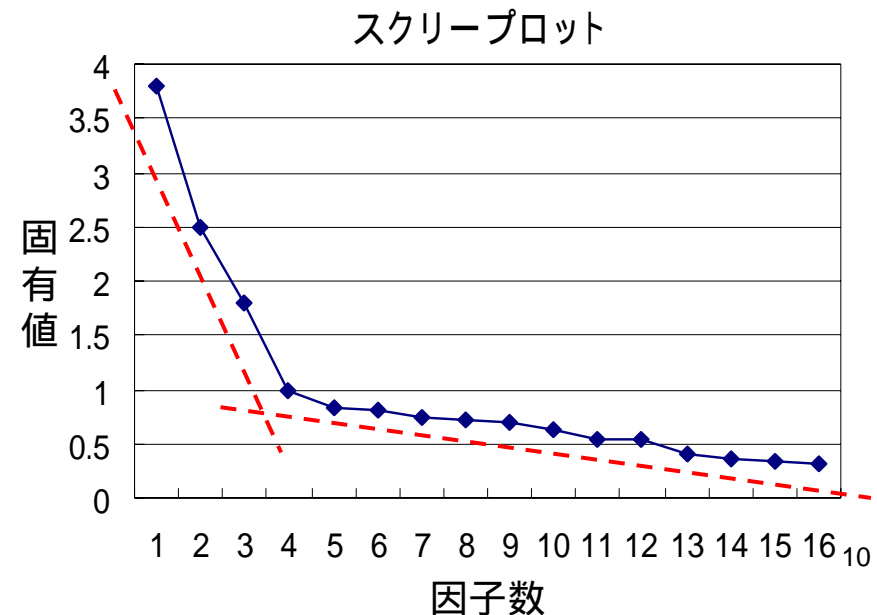
- カイザーガットマン基準

- 因子数の基準となる固有値の最小値を「1」とする

- スクリー法

- 固有値のグラフを見て人間が判断する

- 固有値の減少が
なだらかになる直前
までの固有値の数を
因子数とする



2.初期解の決定(因子数) SPSSによる演習 準備

● 因子数の決定

- 説明された分散の合計を見る
- 「初期の固有値」の「合計」を参照する

説明された分散の合計

因子	初期の固有値			抽出後の負荷量平方和		
	合計	分散の%	累積%	合計	分散の%	累積%
1	2.135	35.578	35.578	1.519	25.319	25.319
2	1.729	28.821	64.399	1.542	25.698	51.017
3	.945	15.745	80.144			
4	.469	7.819	87.963			
5	.387	6.456	94.419			
6	.335	5.581	100.000			

因子抽出法: 一般化された最小行列

- 因子数の基準となる固有値の最小値は指定可能
[因子抽出画面]で
抽出の基準・最小の固有値

抽出の基準

最小の固有値(E):

因子数(N):

2. 初期解の決定 (因子数) SPSSによる演習 結果

- 「因子行列」から因子負荷量を見る
- 因子負荷量
...各因子と各項目の支配度・被支配度
- 目安は「絶対値0.4以上」

因子1: 国語・英語・地歴
因子2: 英語・数学・物理
どちらでもない: 公民

因子行列^a

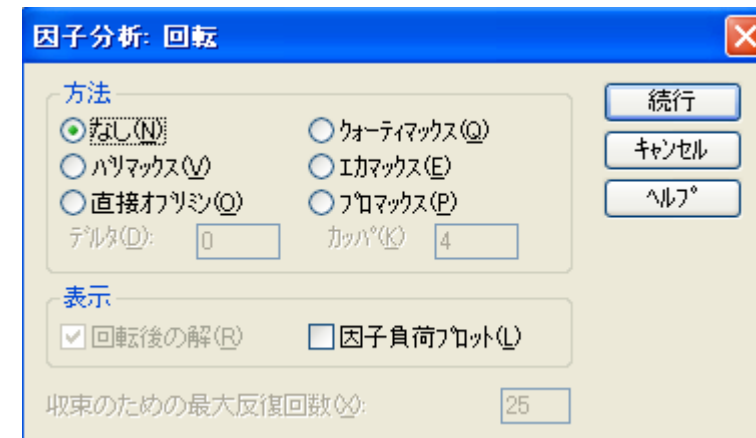
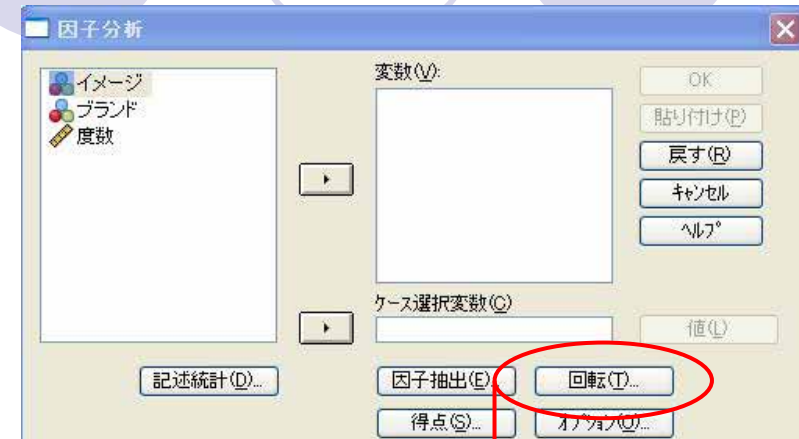
	因子	
	1	2
国語	.312	.726
地歴	.099	.693
英語	.458	.460
数学	.758	-.328
物理	.709	-.311
公民	.352	.344

因子抽出法: 一般化された最小2乗

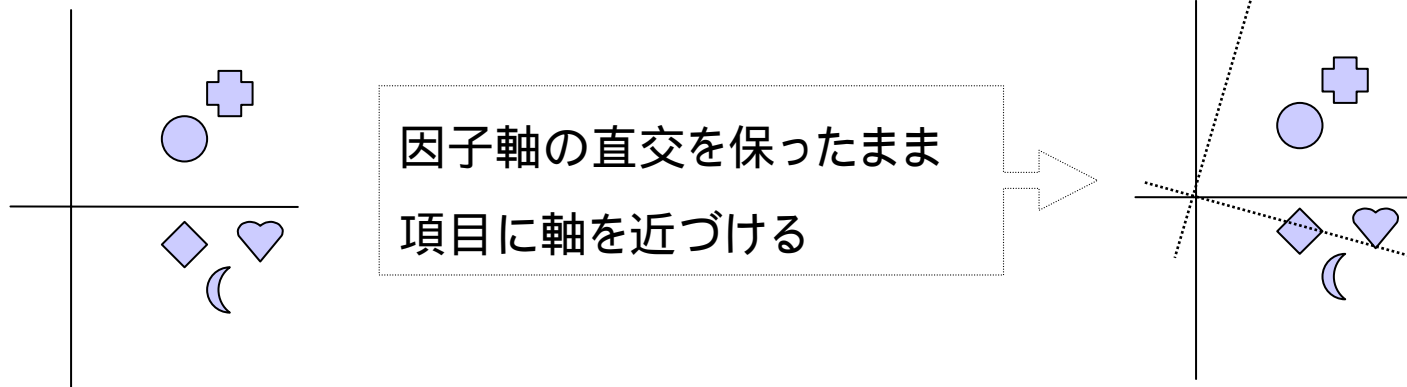
a. 2 個の因子が抽出されました。5 回の反復が必要です。

3. 因子軸の回転

- 仮に決められた因子空間の座標系を変換し、新しい座標系を決定する操作
 - 直交回転
 - 斜交回転
- データをよりうまく解釈できる解を探すために行う
- 項目間の関係は変わらない



3. 因子軸の回転 直交回転



- 因子間に相関がない(直交)ことを想定した方法
- 解釈に使用する解としては不適切
 - 因子間が無相関であるという強固な根拠あれば...
 - 斜交回転を行い、結果として「因子間は無相関関係」とするほうが
- 回転の種類
 - バリマックス
 - エカマックス
 - クォーティーマックス

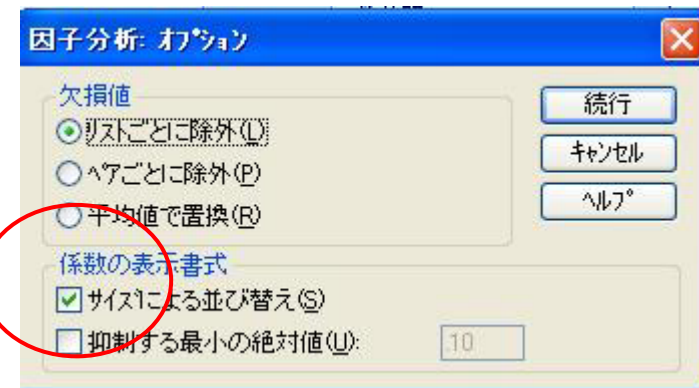
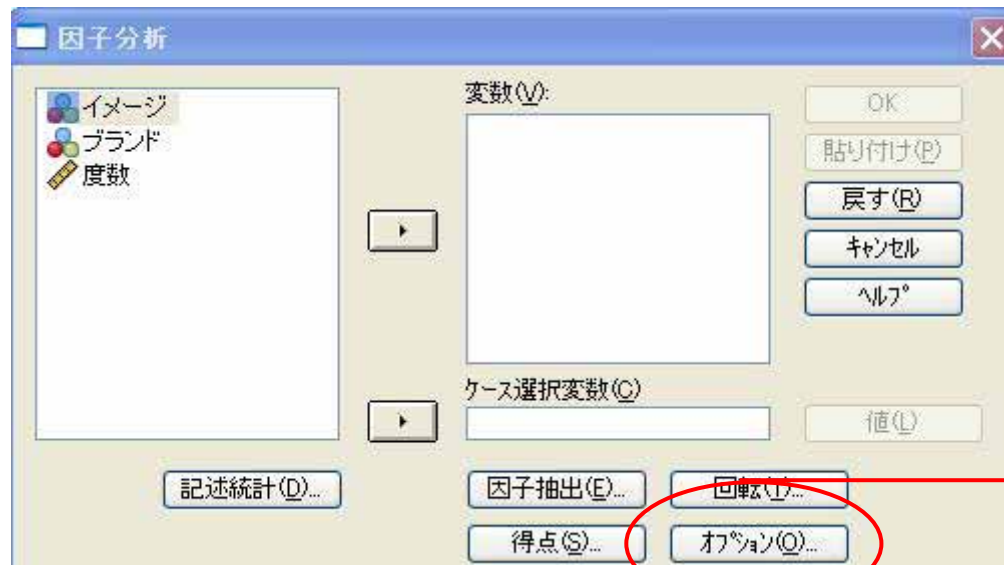
3. 因子軸の回転 SPSSによる演習 準備

- バリマックス回転を行う

- 因子分析: 回転 方法: バリマックス
(スライド13参照)

*ここで最初の画面のオプション

サイズによる並び替えを選んでおくと、後から楽



3. 因子軸の回転 SPSSによる演習 結果

- 因子負荷量のチェック

- 公民の因子負荷量が、回転前後で異なる

因子行列^a

	因子	
	1	2
数学	.758	-.328
物理	.709	-.311
公民	.352	.344
国語	.312	.726
地歴	.099	.693
英語	.458	.460

因子抽出法: 一般化された最小2乗

a. 2 個の因子が抽出されました。5 回の反復が必要です。

回転後の因子行列^a

	因子	
	1	2
国語	.790	-.010
地歴	.674	-.191
英語	.606	.232
公民	.457	.182
数学	.008	.826
物理	.004	.775

因子抽出法: 一般化された最小2乗

回転法: Kaiser の正規化を伴うバリマックス法

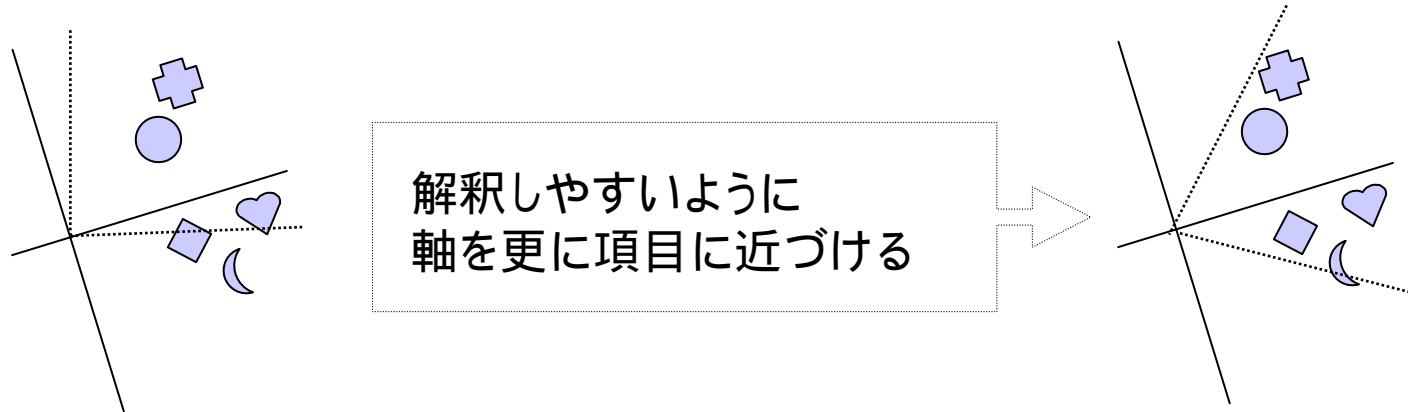
a. 3 回の反復で回転が収束しました。

回転によって軸が変化する

新しい軸で因子負荷量を再計算

* 計算のされ方はスライド19参照

3. 因子軸の回転 斜交回転



- 因子間の相関を考慮する

- プロマックス; バリマックスを経由する
- 直接オブリミン; 直交回転を経由しない

3. 因子軸の回転

SPSSによる演習 準備・結果

- プロマックス回転を行う
 - 因子分析: 回転 方法: プロマックス
(スライド13参照)
 - パターン行列が因子負荷(因子パターン)の表

回転後の因子行列^a

	因子	
	1	2
国語	.790	-.010
地歴	.674	-.191
英語	.606	.232
公民	.457	.182
数学	.008	.826
物理	.004	.775

因子抽出法: 一般化された最小2乗
回転法: Kaiser の正規化を伴うプロマックス法

a. 3 回の反復で回転が収束しました。

パターン行列^a

	因子	
	1	2
国語	.790	-.045
地歴	.673	-.221
英語	.608	.205
公民	.458	.162
数学	.013	.826
物理	.009	.774

因子抽出法: 一般化された最小2乗
回転法: Kaiser の正規化を伴うプロマックス法

a. 3 回の反復で回転が収束しました。

4.補足

表の見方1 構造行列(因子構造)

- 直交回転では、因子負荷に同じ

- 因子負荷(因子パターン)

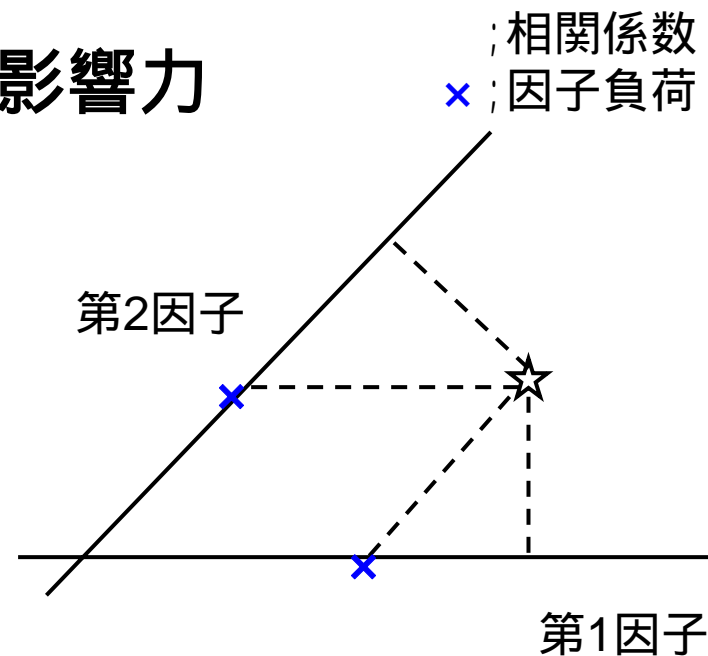
- ...質問項目に対する因子の影響力

- 相関係数(因子構造)

- ...因子の変化と回答の
変化の関係性の程度

- 因子相関行列

- ...因子同士の相関



4.補足 表の見方2 因子寄与1

● 因子寄与

...因子が質問項目に対して寄与する程度の指標

○ 直交回転

...「回転後の負荷量平方和」

「合計」; 因子寄与

「分散の%」; 因子寄与率

...「抽出後の負荷量平方和」

○ 斜交回転

因子寄与の最大値が決定できないため、因子寄与率が表示されない

4.補足 表の見方 因子寄与2

- 斜交回転と最大値

- 軸を回転させると...

- 離れる → 相関係数が小さくなる

- 近づく → 相関係数が大きくなる

- 相関係数から因子寄与を算出する

- 直交と斜交

- 直交 → 一方の軸が離れるともう一方が近づく

- 斜交 → 軸がばらばらに動く

- 斜交の場合、最大値が決定できない

4.補足 表の見方2 因子寄与3

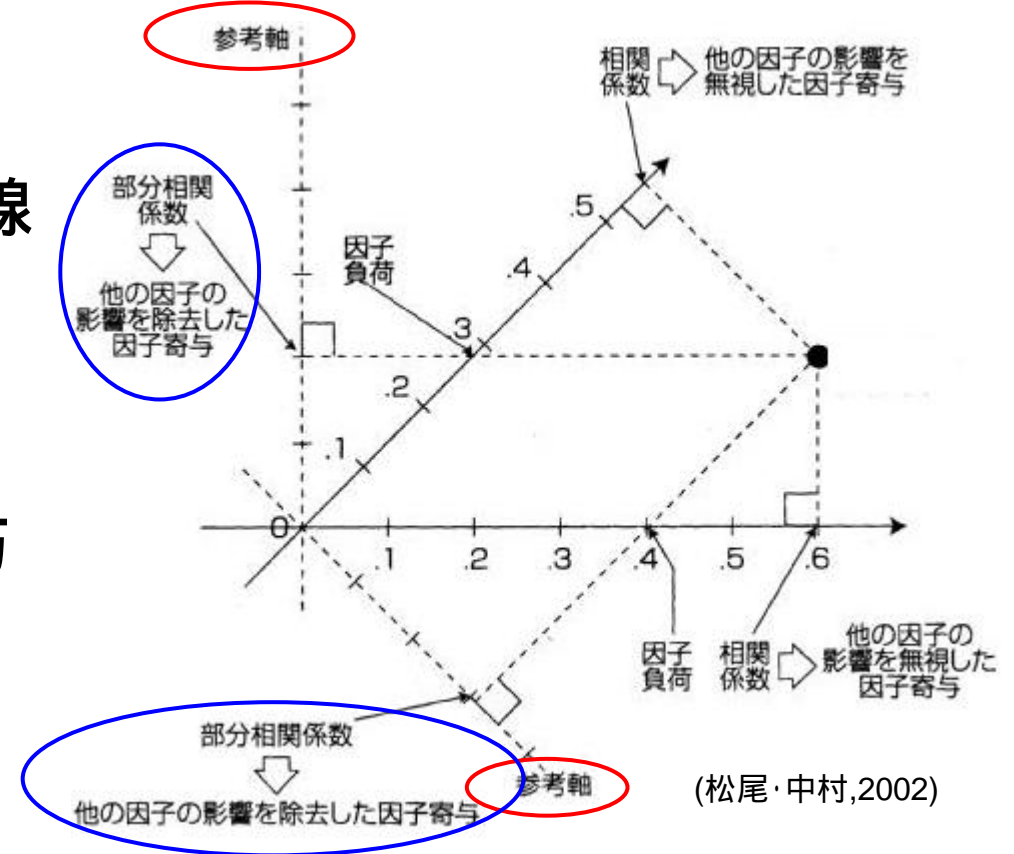
- 斜交回転と因子寄与の算出
 - 因子負荷と関係する別の因子寄与を算出する

- **参考軸**

...各因子軸と直角に引いた線

- **部分相関係数**

- 二乗和をすると
もうひとつの因子寄与
が算出される



4.補足 表の見方3 適合度

● 適合度

- 分析に使用したモデルがデータに当てはまっている程度
- SPSSでは 二乗検定が用いられている
- 一般化された最小二乗法と最尤法で可能

4.補足 共通性とは1

- 共通性

...各項目ごとの因子負荷の二乗和
= 因子軸の原点からの距離の二乗

- 共通性推定

- 因子分析は最初に「共通性をいくつにするか」を決定する
- 質問項目のうち共通因子の程度(共通性)がわからないと負荷量の計算ができない
 - 共通性の値を推定し、因子負荷を計算する

4.補足 共通性とは2

- 「共通性」
 - 得られた因子負荷から再度共通性を計算する
 - 値が近ければOK
 - 異なれば計算し直した共通性を出発点として計算
- Heywood case
 - 共通性の値が1になる、もしくは1を超える
(超Heywood case)

	初期	因子抽出後
国語	.421	.640
地歴	.373	.533
英語	.357	.520
数学	.436	.703
物理	.436	.622
公民	.277	.419

因子抽出法: 一般化された最小行列

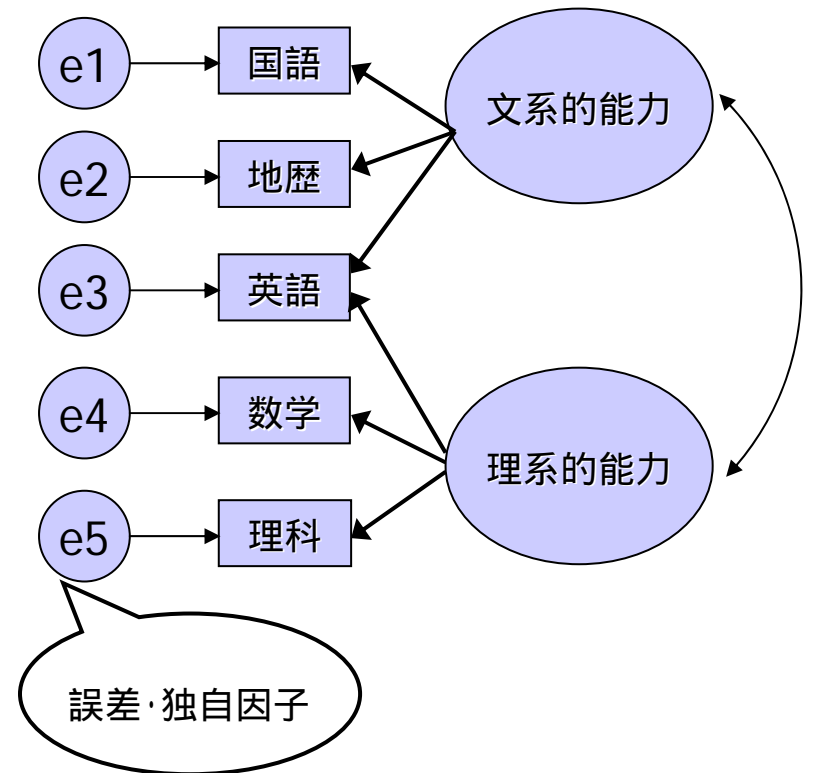
4.補足 共通因子と独自因子

- 共通因子

- 他の項目と共通する要因
- 複数存在する (図は2つ)

- 独自因子

- 項目独自の因子
- 他の項目と共通部分がない
- 誤差扱い



4.補足 因子得点1

● 因子得点

...「回答者がどの程度の対象の因子をもっているか」
を数値化

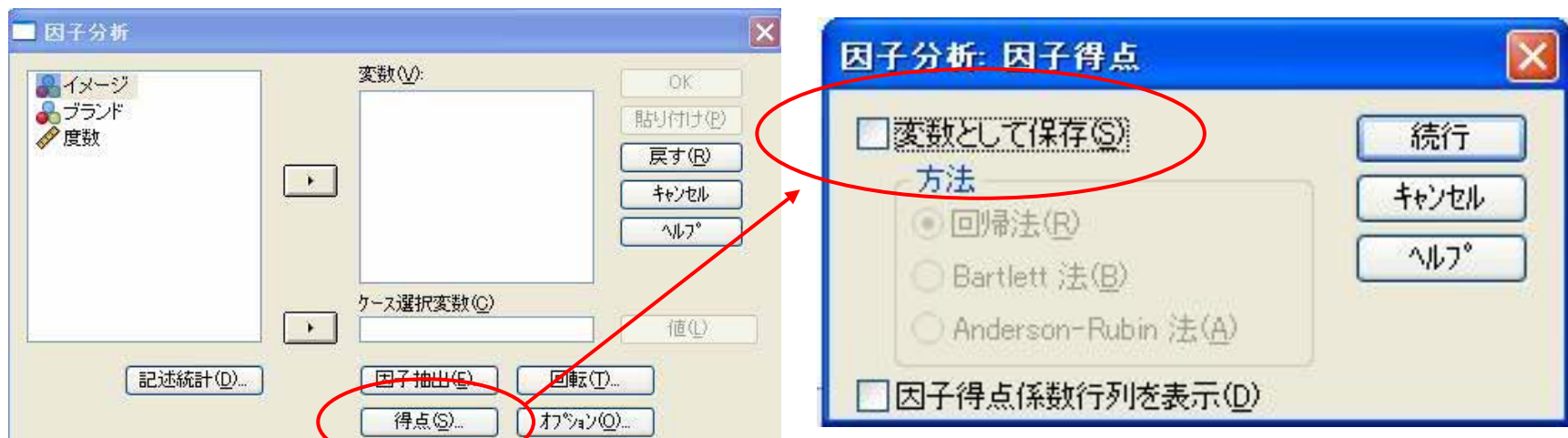
- 回答者に焦点を当てて考える
- 各共通因子の影響は、その因子得点と因子負荷の積であらわされる

● 因子分析とは...

- 質問項目が受けている影響を、共通因子と独自因子に分解する
- 因子負荷の計算を行う

4.補足 因子得点2

- SPSSによる計算
 - [得点] 「変数として保存」
 - 結果はデータビュー
 - 特別な理由がない限り方法は「回帰法」



4.補足 因子得点3

- 各回答者に対する得点
 - 得点は標準化済(平均0、標準偏差1)
 - 標準化した得点により回答者の特徴がわかる

仮想データは比較的わかりやすい
傾向を持たせているので、
見比べてみてください

	FAC1_1	FAC2_1
J0	1.41890	-.98977
J0	-.60442	.45410
J0	.83189	.07595
J0	.67268	-1.41193
J0	-1.21364	-1.57956
J0	.45755	-.24696
J0	1.74086	.31282
J0	1.09744	-.13356
J0	-.50558	-1.10976
J0	-.98360	-1.63882
J0	.11521	-.70183
J0	.52604	-.19091
J0	.20539	-.32772
J0	.64655	-.30420

4.補足 信頼性係数

● 信頼性

- 各項目が同じ因子について尋ねているか
- 誤差が小さいほど信頼性が高い

● クローンバックの 係数

- 内的整合性の指標

[分析] [尺度] [信頼性分析]

モデル: アルファ

- 目安は0.8以上 大きくするには...

合計点の分散を大きくする(=被験者の回答が、被験者同士バラバラになる)

各項目の分散の合計を小さくする(=ある項目に関して、被験者全員が同じような回答をする)

項目数を増やす

5. 因子分析とその他の分析

主成分分析

- 特徴

- 主成分分析

- ... データに共通の成分を探り変数を作り出す

- ... データの要約・次元縮小が目的

- 第一因子にできるだけ因子寄与を高くしようとする

- 因子分析

- ... 現象の背後に潜む共通因子を探ることを目的

- 違い

- 主成分分析は因子分析のうちの1つの計算方法として使えなくもない

- 初期解を得る際に使うことができる(スライド5)

- ...が、望ましくない

おわりに

- 因子分析の手法の選び方

- 計算結果が自分にわかる

- 人からいいと聞いた

- 人にやってもらった

- わからないから適当に行った

- 自分の結果をうまく説明できる

→ 自分の解釈にとって最も都合のよい方法を採用すればよい

参考文献・資料

井上義和(2004) 社会調査 レジューメ 因子分析

佐伯胖他(2000) 実践としての統計学 東京大学出版会

前田啓朗 「外道でもわかる因子分析」<http://home.hiroshima-u.ac.jp/keiroh/maeda/statsarekore/gedoufa.html>

前原由喜夫(2006) 研究開発コロキアム資料

松尾太加志・中村知靖(2002) 誰も教えてくれなかった因子分析 北大路書房

柳井晴夫他(1990) 因子分析 - その理論と構造 - 朝倉書店

岸学「東京学芸大学 岸研究室」より <http://www.u-gakugei.ac.jp/~kishilab/validity-reliability.htm>

付録・論文による実例

渋井進 山田寛 巖島行雄 佐藤隆夫(1998). 表情のカテゴリー化モデルの検討, 電子情報通信学会技術研究報告HCS, 97, p.1-8.

- 表情刺激に対してSD法により評価を行い、その結果を因子分析
 - 表情刺激から既知の次元が確認されるか
 - 表情と情動概念との比較
- 因子1「快-不快」次元、因子2「活性度」次元(直交)を確認
- 2種の刺激の同一空間における処理を示唆