



構造方程式モデリング の基礎

経済学研究科
筈井俊輔

基本統計法 1

+ 共分散

+ 平均からの偏差の積の平均

$$Cov(x,y) = \frac{(x_1 - \bar{x})(y_1 - \bar{y}) + (x_2 - \bar{x})(y_2 - \bar{y}) + \dots + (x_n - \bar{x})(y_n - \bar{y})}{n}$$

+ 一つ一つの偏差の積 $(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$ は 両方平均を上回るときor下回るとき：+ 片方が平均を上回るor下回るとき：-

+ 一つ一つの偏差の積が+（-）のものが多い場合、共分散の値は+（-）になる

+ 従って、2変数（二つのデータ）の間に正の相関関係があれば、+に、負の相関関係があれば-の値になる。

+ 問題点：測定単位によって値が異なる。

基本統計法 2

- + 相関係数（ピアソンの積率相関係数）
 - + 共分散を2変数各々の標準偏差の積で、割ったもの。
 - + この作業によって、測定単位によって値が変化することがない。

$$r_{xy} = \frac{S_{xy}}{S_x \cdot S_y}$$

S_{xy} x,yの共分散

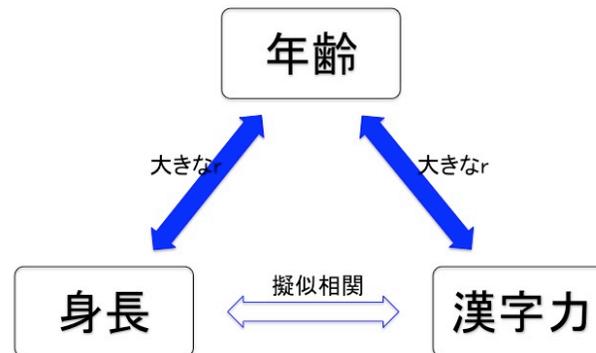
S_x xの標準偏差

S_y yの標準偏差

基本統計法 3

+ 擬似相関

- + xとyには相関関係がないにもかかわらず、第3変数のzの存在によって現れる、見かけの相関関係。
- + 解決) 同じ年齢だけを集めて、その中で、身長と漢字力の相関関係を確認する必要がある。



+ 偏相関係数

- + 相関を求める2つの変数のそれぞれから、共通の第三の影響を除いたもの（残差変数）間の相関関数。

基本統計法 4

+ 偏回帰係数

- + 残差変数に基づく回帰係数
- + 残差変数によって、従属変数（又は、従属変数から他の独立変数の景況を除いた残差変数）を予測する時の回帰係数のこと

+ 標準偏回帰係数

- + すべての説明変数と従属変数を標準化して（ $\frac{x_i - \bar{x}}{SD}$ ）重回帰分析を行った時の係数
- + 標準偏回帰係数は説明変数間で比較することができ、「絶対値の大きい変数は、従属変数への寄与が大きい」と言うことができる。

構造方程式モデリング (SEM/LV)

+ 測定方程式と構造方程式

パス図はこれら2種類の方程式の内容を図示したもの。

+ 測定方程式

潜在変数が観測変数に影響を与えている様子を記述する方程式。

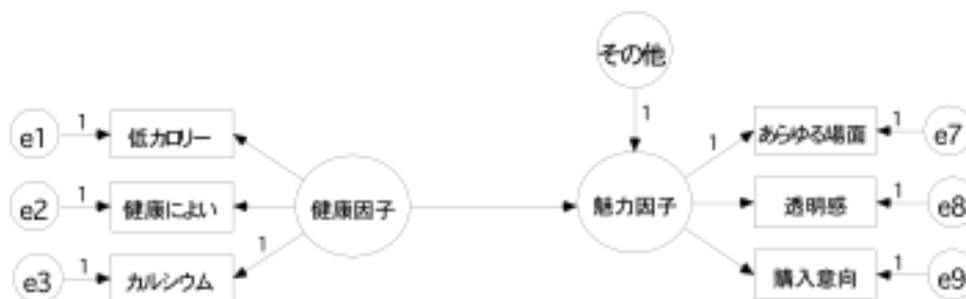
+ 構造方程式

潜在変数が潜在変数に影響を与えているようする記述する方程式。

観測変数が観測変数に影響を与えているようする記述する方程式。

足立 (2006) より

観測変数が潜在変数に影響を与えているようする記述する方程式。



朝野 (2005) より

測定方程式

$$\text{低カロリー} = \text{因果係数}_1 \times \text{健康因子} + e_1$$

$$\text{健康にいい} = \text{因果係数}_2 \times \text{健康因子} + e_2$$

$$\text{カルシウム} = \text{因果係数}_3 \times \text{健康因子} + e_3$$

$$\text{あらゆる場面} = \text{因果係数}_4 \times \text{魅力因子} + e_7$$

$$\text{透明感} = \text{因果係数}_5 \times \text{魅力因子} + e_8$$

$$\text{購入意向} = \text{因果係数}_6 \times \text{魅力因子} + e_9$$

構造方程式

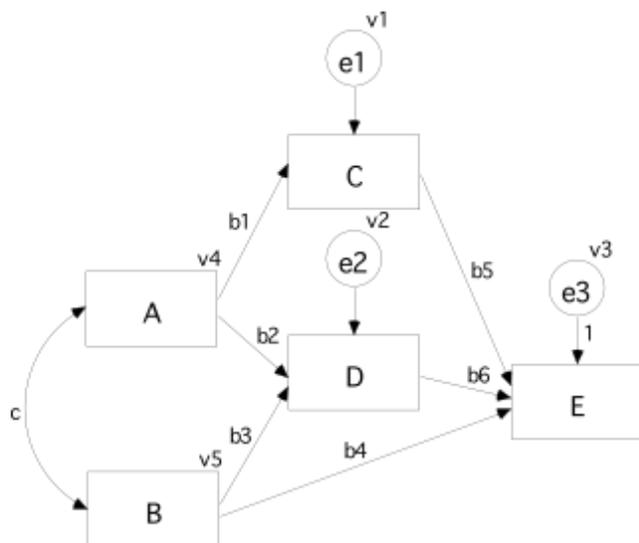
$$\text{魅力因子} = \text{因果係数}_7 \times \text{健康因子} + \text{その他}$$

SEM: 構造方程式に基づくパス解析と、測定方程式に基づく因子分析を統合した方法

構造方程式モデリング (SEM/LV)

+ 因果係数₁~₇を求めるための計算原理

①標本共分散行列 (データに基づく共分散行列) と②モデルの共分散構造 (モデルに基づく共分散行列の理論式) の相違を出来るだけ小さくするような因果係数₁~₇を求める→最尤法



①標本共分散行列 (データに基づく共分散)

足立 (2006) より

	A	B	C	D	E
A	1.83				
B	6.38	99.72			
C	-12.65	-51.1	145.87		
D	47.98	39.27	-350.54	2174.75	
E	15.34	75.14	-144.42	443.12	213.48

②共分散構造 (モデルに基づく共分散の理論式)

	A	B	C	D	E
A	v4				
B	c	v5			
C	b1v4	b1c	b1b1v4 + v1		
D	b2v4 + b3c	b2c + b3v5	b1b2v4 + b1b3c	v2 + b2b2v4 + b3b3v5 + 2b2b3c	
E	(b1b5 + b2b6)v4 + (b4 + b3b6)c	(b1b5 + b2b6)c + (b4 + b3b6)v5	(b1b5 + b2b6)b1v4 + (b4 + b3b6)b1c + b5v1	(b1b5 + b2b6)b2v4 + (b4 + b3b6)b3v5 + (b1b3b5 + 2b2b3b6 + b2b4)c + b6v2	(b1b5 + b2b6)(b1b5 + b2b6)v4 + (b4 + b3b6)(b4 + b3b6)v5 + 2(b1b5 + b2b6)(b4 + b3b6)c + b5b5v1 + b6b6v2 + v3

重回帰分析とパス解析

+ パス係数は重回帰分析を使った場合と同じ推定値となるのか？

+ 偏回帰係数 = パス係数

+ パス解析を使わない場合

1. 製品評価を説明変数に、雑誌情報を基準変数に指定し、回帰分析を行う。

2. サービス評価、製品評価、雑誌情報を説明変数に、顧客満足度を基準変数に指定して、回帰分析を行う。

+ 偏回帰係数を推定することは出来るが、モデルそのものの適合度を論じることが出来ない。
朝野 (2005) より

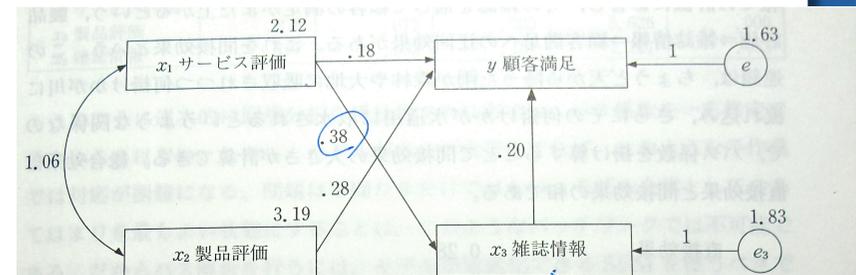


図 1.6A サービス評価から雑誌情報への因果を想定 (パス係数の他に、外生変数の分散・共分散を表示)

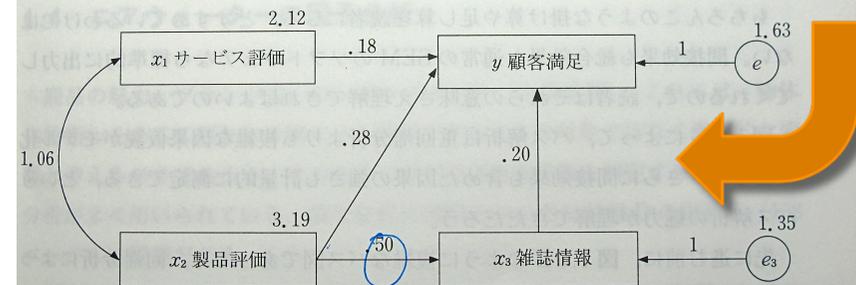


図 1.6B 製品評価から雑誌情報への因果を想定 (パス係数の他に、外生変数の分散・共分散を表示)

確認（検証）的因子分析と探索的因子分析

+ 因子負荷量 = パス係数

+ 探索的因子分析からの疑問

1. 因子の回転は行わなくてよいのか？
2. 因子数の打ち切りはどのように決めるのか？
3. 因子間の相関はどうなるのか？

1. 回転

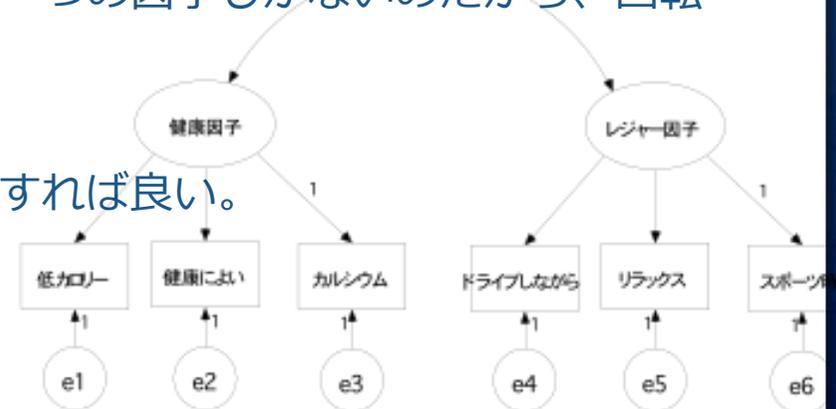
+ 一つの変数群の背後に、「一つの因子」が潜んでいるという、仮説を立てたのであれば、その仮説のもとでは一つの因子しかないのだから、回転しない。

2. 因子数

+ 分析者が自分の考えた因子数を宣言すれば良い。

3. 因子間の相関

+ 共分散を設定するorしないは自由。



朝野 (2005) より

共分散構造分析の代表的なモデル

+ 代表的な三つのモデル

多重指標モデル・MIMICモデル・検証的2因子モデル

+ 多重指標モデル

+ 「健康という本質が、魅力という本質を引き起す」という仮定



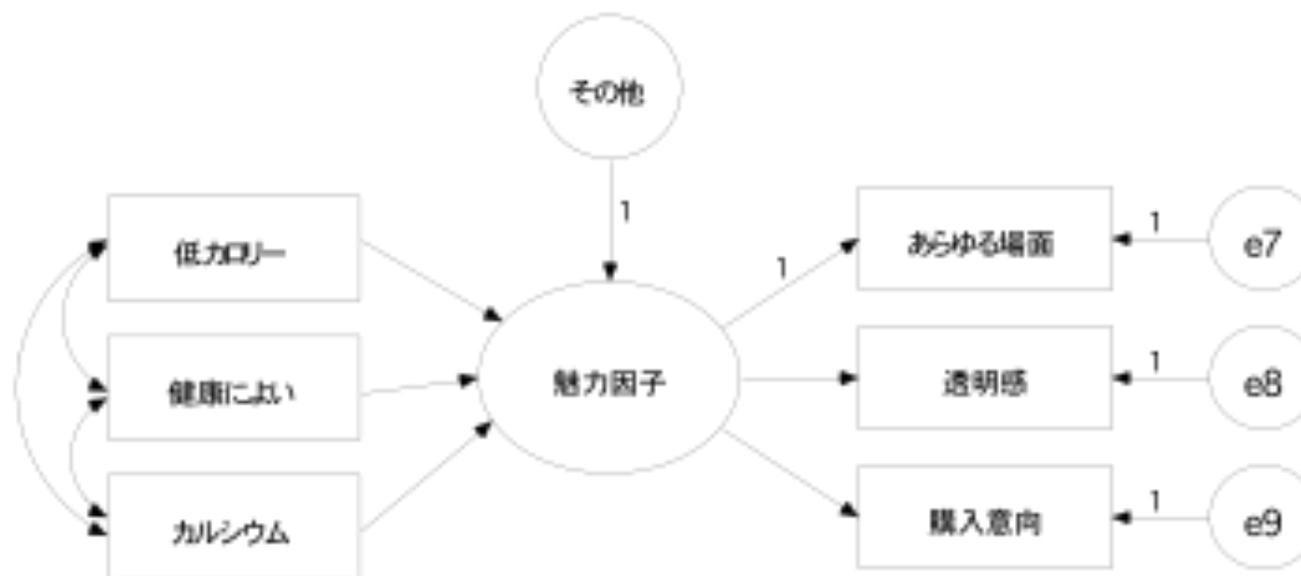
ニアウォーターの魅力度調査

朝野 (2005) より

共分散構造分析の代表的なモデル

+ MIMICモデル

- + 「低カロリー、健康によい、カルシウムから、ダイレクトに魅力因子が定まり、そして、魅力が変動すれば、あらゆる場面など、3つの反応が共変動する」という仮定

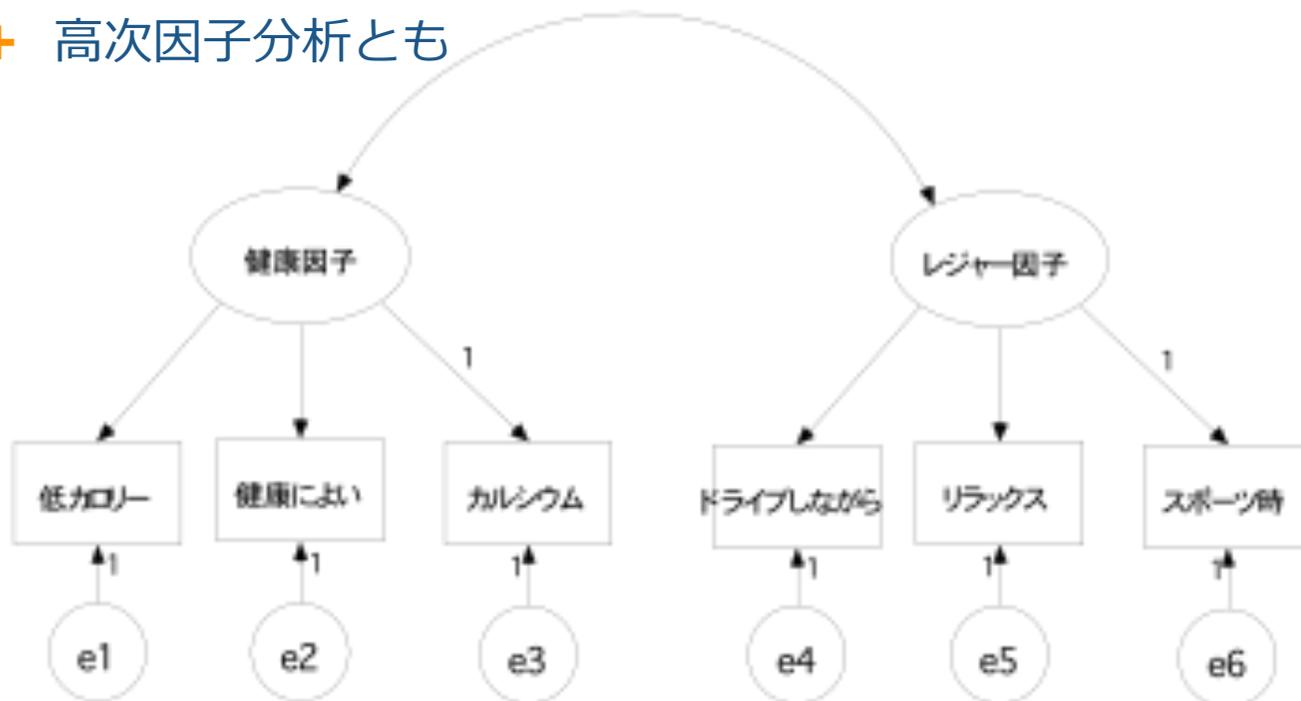


ニアウォーターの魅力度調査

朝野 (2005) より

共分散構造分析の代表的なモデル

- + 検証的2因子モデル
 - + 「健康因子とレジャー因子の背景に根源的な因子（ベネフィット因子）があるに違いない」という仮定
 - + 高次因子分析とも

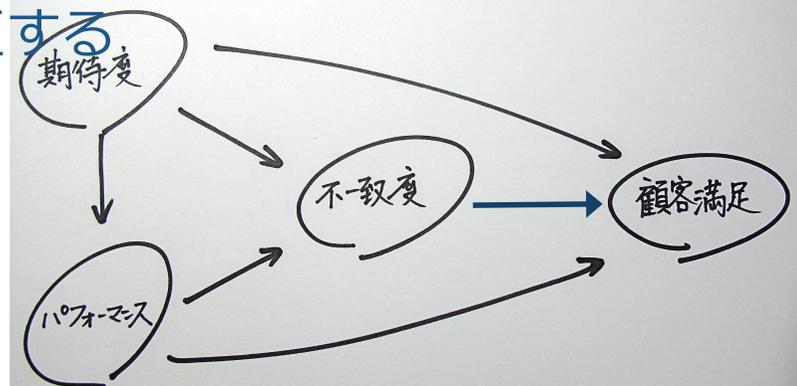


ニアウォーターの魅力度調査

朝野 (2005) より

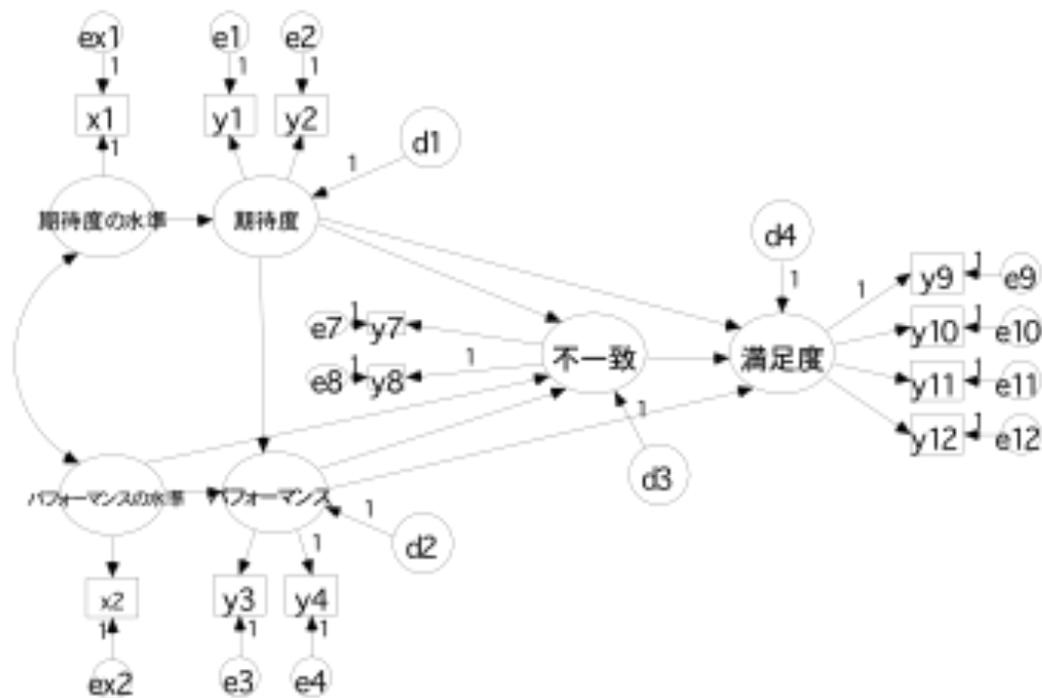
検証的なモデリング：CS研究のケース

- + 「不一致パラダイム」（CSは期待と商品パフォーマンスに生ずる不一致によって形成される）の実証研究から
 1. 理論又は、仮説に従ってモデルのパス図を描く
 2. 構成概念を測定する指標（観測変数）を決める
 3. データを収集する
 4. 収集するデータをモデルに当てはめ、母数を推定する
 5. 適合度を確認する
 6. 1.の仮説の範囲内でモデルを修正する



検証的なモデリング：CS研究のケース

CS研究のデータ当てはめ



モデルの評価：適合度指標

- + カイ²乗適合度検定
 - + 観測度数と帰無仮説に基づく期待度数がマッチしているかどうか。
「カイ二乗は自由度のカイ二乗分布に従う」
 - + SEMでは帰無仮説 H_0 :を「モデルは真である」と設定する。
 - + 自由度 = 共分散の数 - 推定したいパラメータ数
 - + カイ二乗 (実現値) > カイ二乗 (df, α) → 帰無仮説は棄却
 - + カイ二乗 (実現値) < カイ二乗 (df, α) → 帰無仮説は棄却できない
 - + 「カイ二乗は小さいほどよい。有意確率のp値は大きくてよい。そして有意でない方が望ましい。」

- + 小標本の場合：カイ²乗適合度検定で棄却されないモデルであることが必要
- + 中・大標本の場合：カイ²乗適合度検定で棄却されても、各種的適合度指標の値が良好であればO.K.

- + その他の適合度指標
SRMR (標準化RMR)、RMSEA、AIC、GFIとAGFI、NFIとCFI

モデルの評価：適合度指標

適合度指標の目安

適合度指標一覧（小島,2005を参照）				
望ましい方向は	指標	とりうる値	「非常に良好」の範囲	「悪い」の範囲
小さい方が良い	カイ2乗	カイ2乗 ≥ 0	p値で判断	p値で判断
	SRMR	SRMR ≥ 0	0.05未満	0.1以上
	RMSEA	RMSEA ≥ 0	0.05未満	0.1以上
	AIC	制限なし	相対的比較	相対的比較
大きい方がよい	GFI	GFI ≤ 1	0.95以上	0.9未満
	AGFI	AGFI \leq GFI	0.95以上	0.9未満
	NFI	0 \leq NFI ≤ 1	0.95以上	0.9未満
	CFI	0 \leq CFI ≤ 1	0.95以上	0.9未満

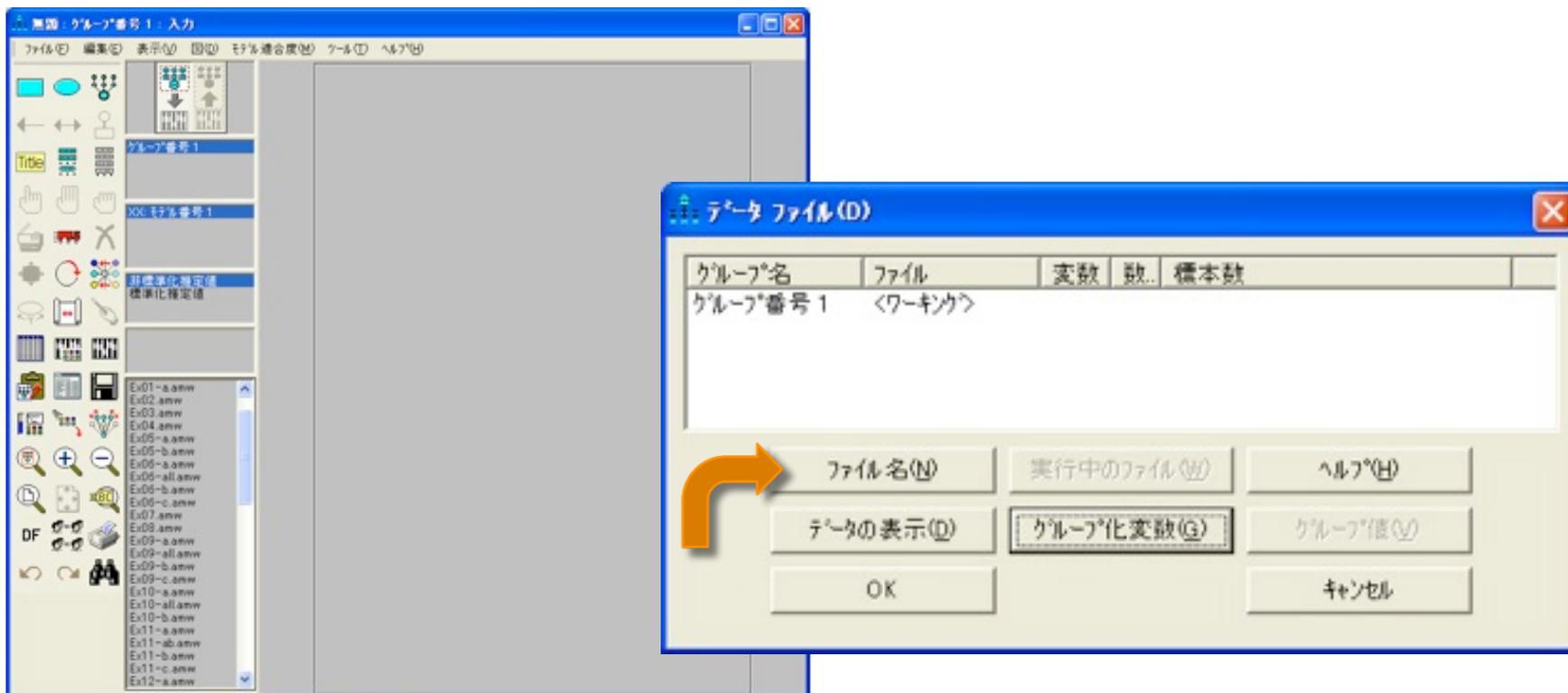
朝野（2005）より

Amosを使った演習

- + 小塩真司（2004）『spssとAmosによる心理・調査データ解析』東京出版株式会社
- + 第8章§3のデータ分析演習を参照します。
- + データは、
<http://www.tokyo-tosho.co.jp/download/index.html>の『spssとAmosによる心理・調査データ解析』データファイル中の、8_3共分散構造分析2.savを使用させていただきます。

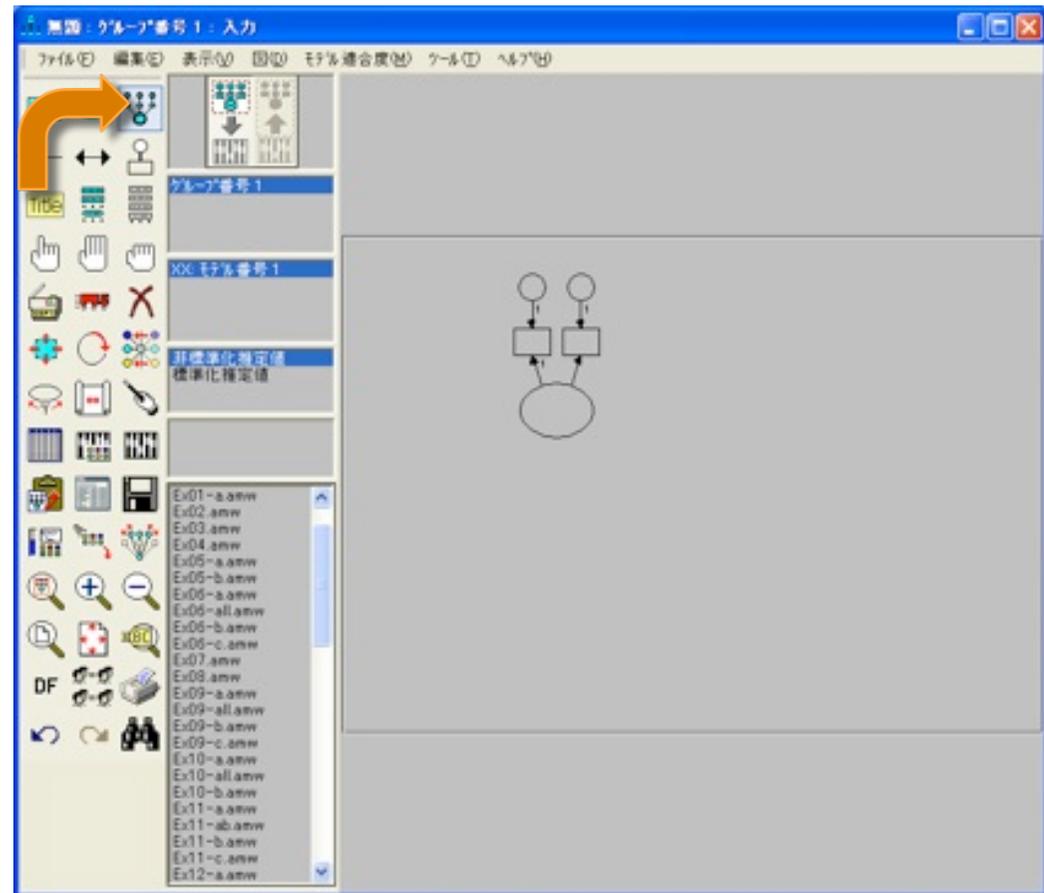
Amosを使った演習

- + Amos Graphicsを起動
- + データファイル「8_3共分散構造分析2.sav」を指定



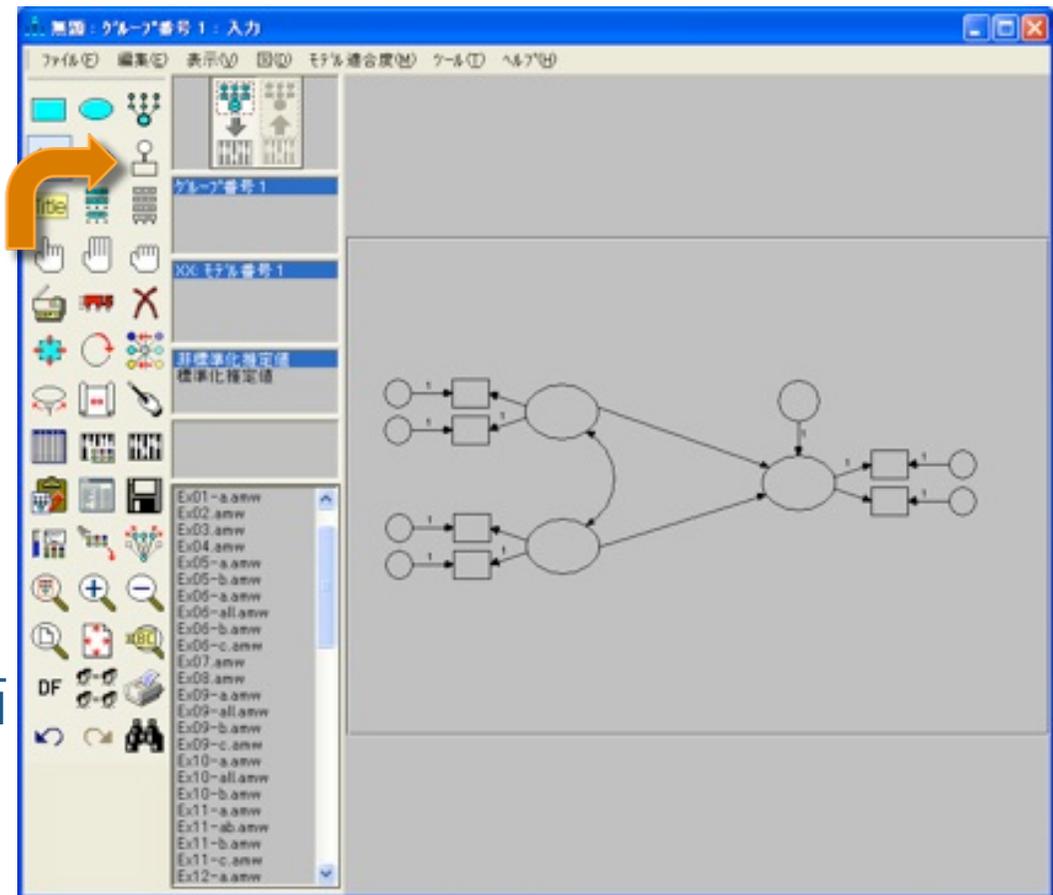
Amosを使った演習

- + 「潜在変数を描く、・・・」で「成績」の楕円を描く。
- + 観測変数を二つ、その誤差を二つ描く。
- + 「潜在変数の指標変数を回転」で、測定変数を左側に。



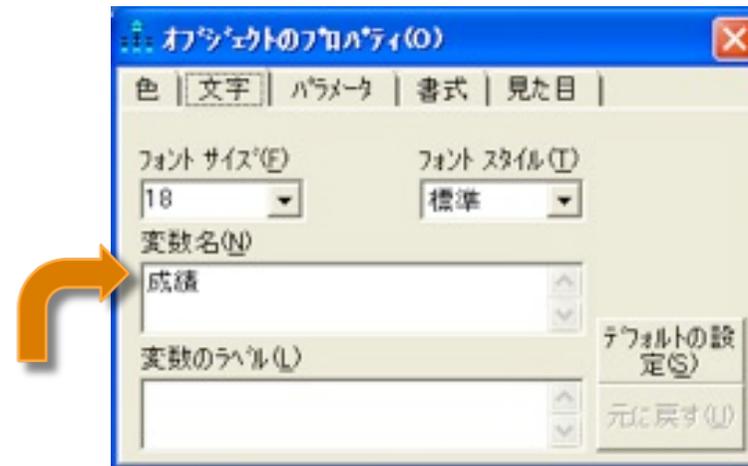
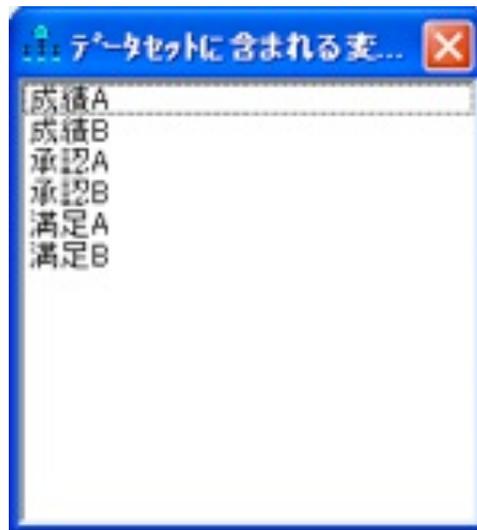
Amosを使った演習

- + 「全オブジェクトの選択」で選択。
- + 「オブジェクトをコピー」を選択し、ドラックしてコピーする。
- + 「既存の変数に固有の変数を追加」で内生変数の誤差を描く。
- + 構造方程式のパスを描く。



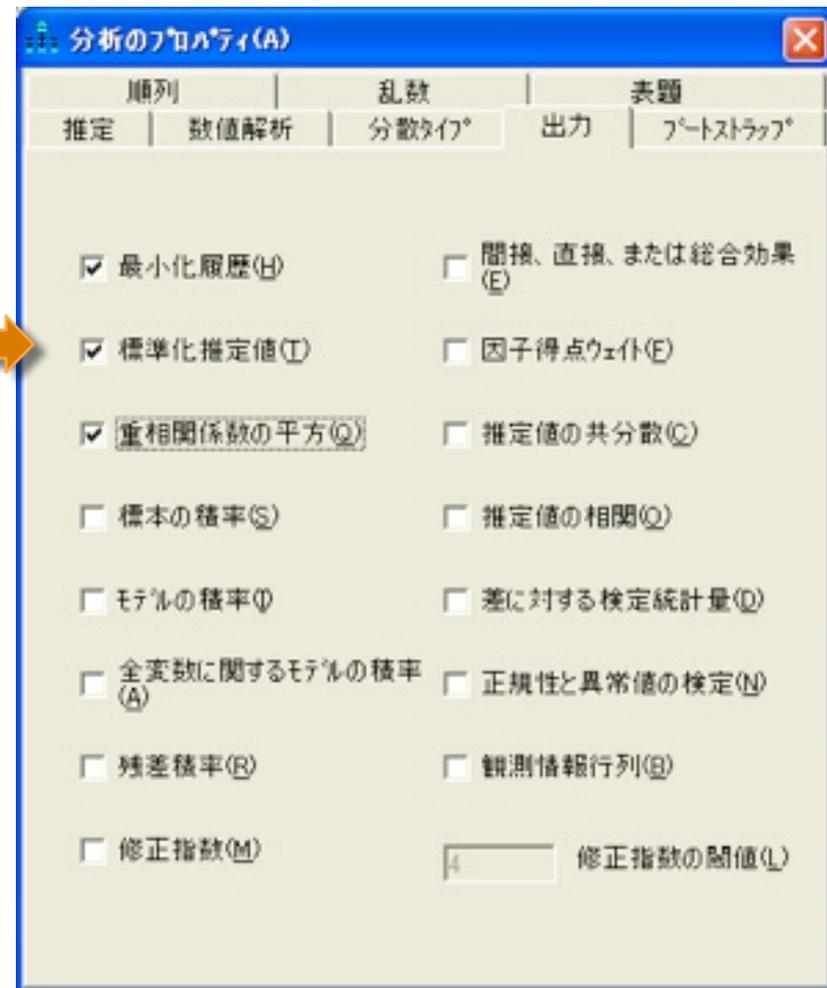
Amosを使った演習

- + 観測変数を指定、潜在変数を命名する。



Amosを使った演習

- + 出力内容を指定。「分析のプロパティ」
 - + 「最小化履歴」、「標準化推定値」、「重相関係数の平方」にチェック。
- + 「推定値を計算」をクリック。
- + 適当なところに保存すると同時に、分析が開始される。



Amosを使った演習

- + 出力を見る。テキスト出力とグラフィック出力「出力パス図の表示」がある。
- + モデルの解釈。
- + 「テキスト出力の表示」
カイ二乗 = 9.408, 自由度 = 6, p値 = .152
GFI = .909
AGFI = .682
RMR = 3.005
AIC = 39.408

テキスト出力

13.amw

- 解析要約
- グループについての注釈
- 変数の要約
- パラメータの要約
- モデルについての注釈
- パラメータ推定値
- 最小化履歴
- モデル適合
- 実行時間

モデルについての注釈 (モデル番号 1)

自由度の計算 (モデル番号 1)

独立な標本積率の数: 21
独立な推定パラメータの数: 15
自由度 (21 - 15): 6

結果 (モデル番号 1)

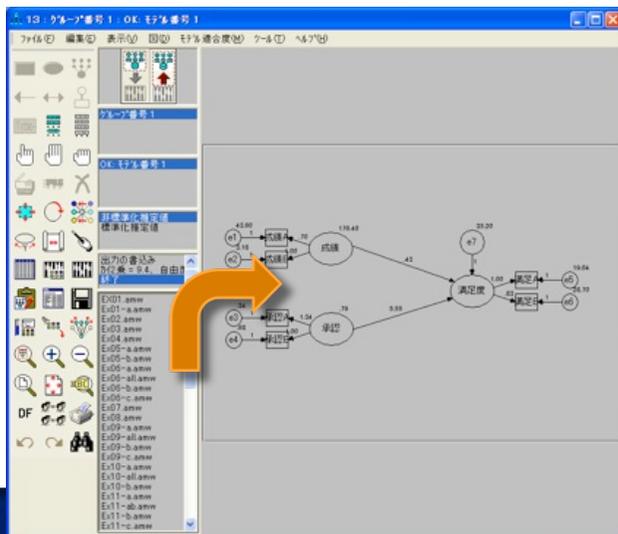
最小値に達しました。
カイ二乗 = 9.408
自由度 = 6
確率水準 = .152

カイ2乗分布表

	確率p			
	0.3	0.2	0.1	
自由度df	6	7.231	8.558	10.64
	7	8.383	9.803	12.02

Amosを使った演習

- + 「成績」と「承認」の相関が0.030で有意でないことが分かる。
- + パス図の共分散パスを外す。
- + 同様に「推定値を計算」。



The screenshot shows the 'テキスト出力' (Text Output) window in Amos. It displays various statistical results for the model, including standardized coefficients, common variance, correlation coefficients, and variance-covariance matrices. A red arrow points from the path diagram to this window, indicating the flow of information from the model to the output.

13.amw

3 7 0

解析要約
グループについての注釈
実数の要約
パラメータの要約
モデルについての注釈
パラメータ推定値
最小化履歴
モデル適合
実行時間

満足度 <-- 満足度	830	165	5.040	***
-------------	-----	-----	-------	-----

標準化係数: (グループ番号 1 - モデル番号 1)

	推定値
満足度 <-- 成績	.582
満足度 <-- 承認	.515
成績B <-- 成績	.991
成績A <-- 成績	.817
承認B <-- 承認	.739
承認A <-- 承認	.890
満足A <-- 満足度	.911
満足B <-- 満足度	.831

共分散: (グループ番号 1 - モデル番号 1)

	推定値	標準誤差	検定統計量	確率	ラベル
成績 <--> 承認	.361	2.446	.148	.883	

相関係数: (グループ番号 1 - モデル番号 1)

	推定値
成績 <--> 承認	.030

分散: (グループ番号 1 - モデル番号 1)

	推定値	標準誤差	検定統計量	確率	ラベル
成績	176.368	56.032	3.148	.002	
承認	.804	.414	1.942	.052	
e7	35.052	17.843	1.964	.049	
e2	3.211	30.282	.106	.916	
e1	43.583	18.908	2.305	.021	
e4	.669	.790	.790	.071	

Amosを使った演習

+ 再分析の結果。

カイ二乗 = $9.408 \rightarrow 9.427$, 自由度 = $6 \rightarrow 7$, p値 = $.152 \rightarrow .223$

GFI = $.909 \rightarrow .909$

AGFI = $.682 \rightarrow .728$

RMR = $3.005 \rightarrow 3.104$

AIC = $39.408 \rightarrow 37.427$

カイ2乗分布表

		確率p		
		0.3	0.2	0.1
自由度df	6	7.231	8.558	10.64
	7	8.383	9.803	12.02

カイ二乗値が9.803より小さく、帰無仮説は棄却されない。

テキスト出力

13.amw

- 解析要約
- グループについての注釈
- 変数の要約
- パラメータの要約
- モデルについての注釈
- パラメータ推定値
- 最小化履歴
- モデル適合**
- 実行時間

モデル適合の要約

CMIN

モデル	NPAPER	CMIN	自由度	確率	CMIN/DF
モデル番号 1	15	9.408	6	.152	1.568
飽和モデル	21	.000	0		
独立モデル	6	101.735	15	.000	6.782

RMR, GFI

モデル	RMR	GFI	AGFI	PGFI
モデル番号 1	3.005	.909	.682	.260
飽和モデル	.000	1.000		
独立モデル	41.694	.472	.260	.337

基準モデルとの比較

モデル	NFI Delta1	RFI rho1	IFI Delta2	TLI rho2	CFI
モデル番号 1	.908	.769	.964	.902	.961
飽和モデル	1.000		1.000		1.000
独立モデル	.000	.000	.000	.000	.000

パーシモニー(節約)-調整測度

モデル	PRATIO	PNFI	PCFI
モデル番号 1	.400	.363	.384
飽和モデル	.000	.000	.000
独立モデル	1.000	.000	.000

NCP

モデル	NCP	LO 90	HI 90
モデル番号 1			
飽和モデル			
独立モデル			

参考文献

- + 足立浩平（2006）『多変量データ解析法—心理・教育・社会系のための入門—』ナカニシヤ出版。
- + 朝野熙彦、鈴木督久、小島隆矢（2005）『入門 共分散構造分析の実際』講談社。
- + 狩野裕、三浦麻子（1997）『グラフィカル多変量解析（増補版）』現代数学社。
- + 小塩真司（2004）『SPSSとAmosによる心理・調査データ解析—因子分析・共分散構造分析まで』東京図書。
- + 豊田秀樹（2007）『共分散構造分析[Amos編] 構造方程式モデリング』東京図書。
- + 豊田秀樹、前田忠彦、柳井晴夫（1992）『原因をさぐる統計学 共分散構造分析入門』講談社。
- + 山田剛史、村井潤一郎（2004）『よくわかる心理統計』ミネルヴァ書房。