

因子分析

心理データ解析演習

M1 柘田 恵

2013.6.5.

因子分析とは

- 因子分析とは、ある観測された変数（質問項目への回答など）が、どのような潜在的な変数（観測されない、仮定された変数）から影響を受けているかを探る手法。
- 多変量解析の手法の一つ。
- 複数の変数の関係性をもとにした構造を探る際によく用いられる。

因子分析とは

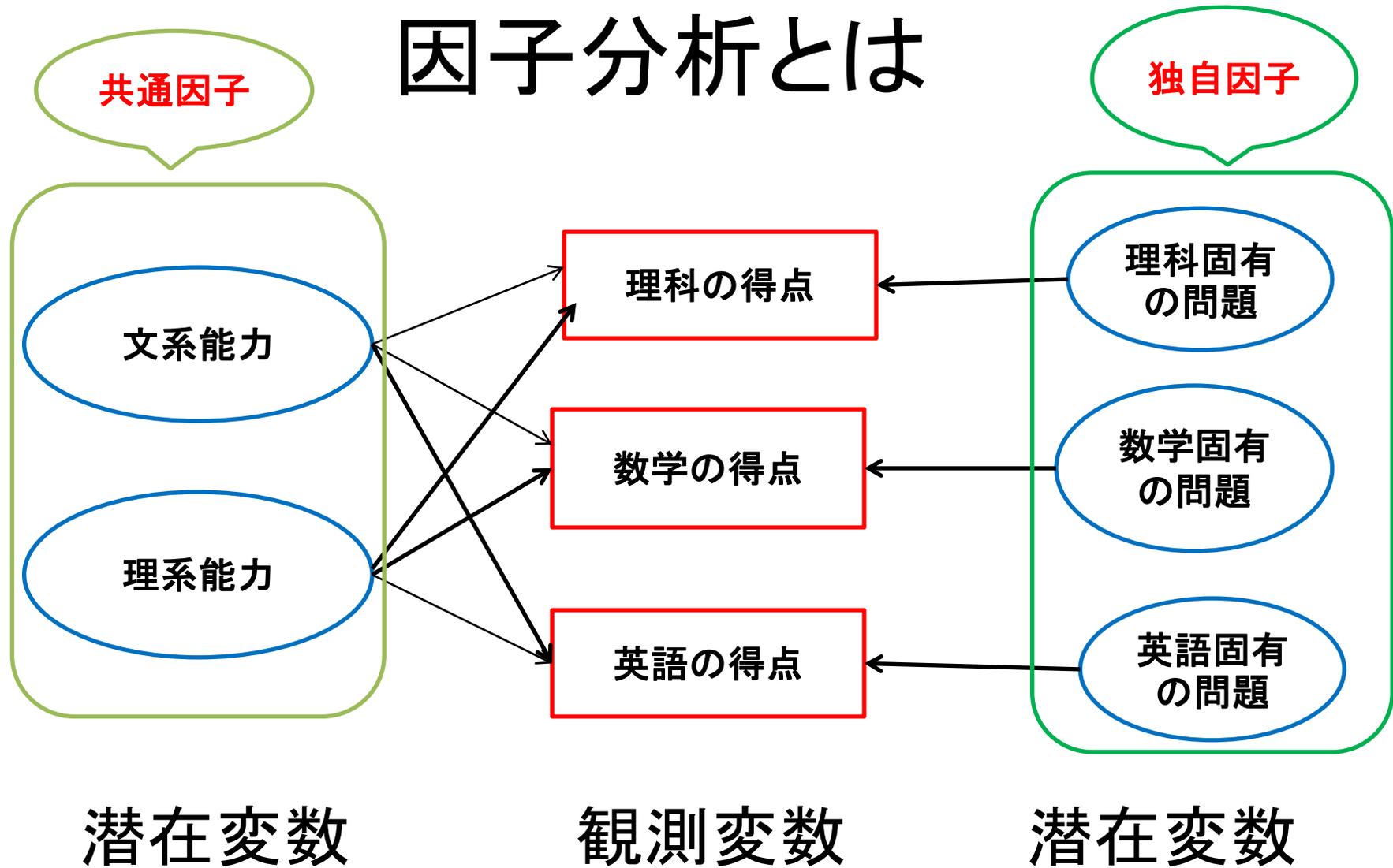
- 探索的因子分析

- 多くの観測変数間に見られる複雑な相関関係が、いくつかの、どのような内容の因子を導入すれば説明できるかを調べる

- 確認的因子分析(検証的因子分析)

- 因子数および因子と観測変数との関係についての仮説的なモデルを用意し、そのモデルをデータによって検証する

因子分析とは



因子分析とは

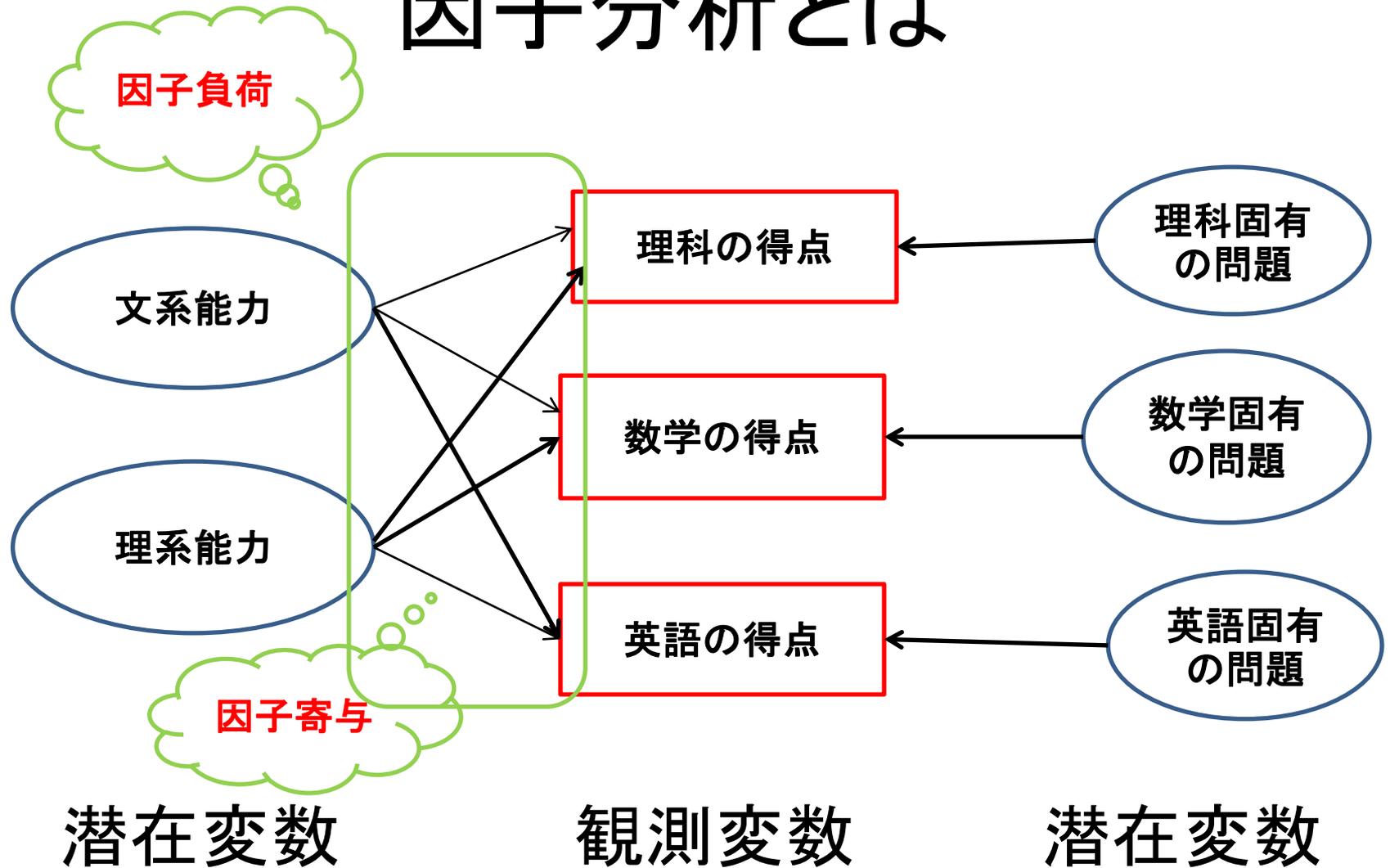
* 共通因子:

- 分析対象となる変数の組に共通の因子
- 複数存在する

* 独自因子:

- 各変数に独自に関わる因子
- 誤差扱いされる

因子分析とは



因子分析とは

* 因子負荷:

- それぞれの観測変数とその因子をどの程度反映しているかを示す→因子の観測変数に対する影響の強さを示すもの
- 因子負荷を計算することが因子分析の最大の目的。因子名を決定するときには、この数値をみて決める

* 因子寄与:

- 観測変数(質問項目)がある因子で説明できる大きさを表す指標→因子が観測変数に対してどの程度寄与しているかという指標。
- 因子寄与率: 因子寄与を%表示したもの

因子分析とは

* 共通性:

- 観測変数のうち共通因子によって説明される割合。各因子の負荷量を二乗和したもの。
- 基本的に共通性の最大値は1
→ $1 - \text{共通性} = \text{独自性}$

因子分析とは

○ の和 = 共通性、□ の和 = 因子寄与

変数	因子1	因子2	因子3	因子4	共通性	独自性	共通性+独自性
因子1							
項目a	.518	.005	.032	.010	.057	.043	1.00
項目b	.490						
項目c	.476						
項目d	.423						
因子2							
項目e	.344						
項目f	.26						
項目g	.083						
因子3							
項目h	.312						
項目i	.053						
項目j	.116						
因子4							
項目k	.109						
項目l	.521						
因子寄与	1.504						
因子寄与率	12.53%						

*各項目の数値は、負荷量
の二乗値となっている

松尾・中村(2002)を一部抜粋、改変

因子分析とは

$$y_j = a_{j1}f_1 + a_{j2}f_2 + e_j$$

- y : 観測変数, a : 因子負荷, f : 共通因子, e : 独自因子
- 共通性 = $(a_{j1}^2 + a_{j2}^2) / y_j^2$
- この値が大きければ、因子によって説明される割合が高いといえる

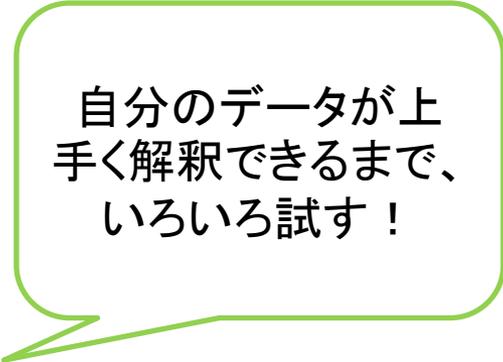
因子分析とは

<因子分析を用いる前提（松尾・中村, 2002）>

- データが数量的に表現されていること
 - 間隔尺度か比例尺度
- 項目間に直線的な相関関係があること
 - 相関関係がないと共通因子が見つからない
 - 直線的な相関がないと、相関係数に反映されない
- 変数が正規分布をなしていること
- データ数
 - 質問項目は因子数の目安の3～4倍
 - 回答者数は項目の5～10倍

因子分析の流れ

- 変数の選択
- 初期解の計算
 - 因子抽出と因子数の決定
- 因子軸の回転
 - うまく解釈できるように回転
- 因子の解釈
 - 因子名の決定
- (因子得点などの計算)

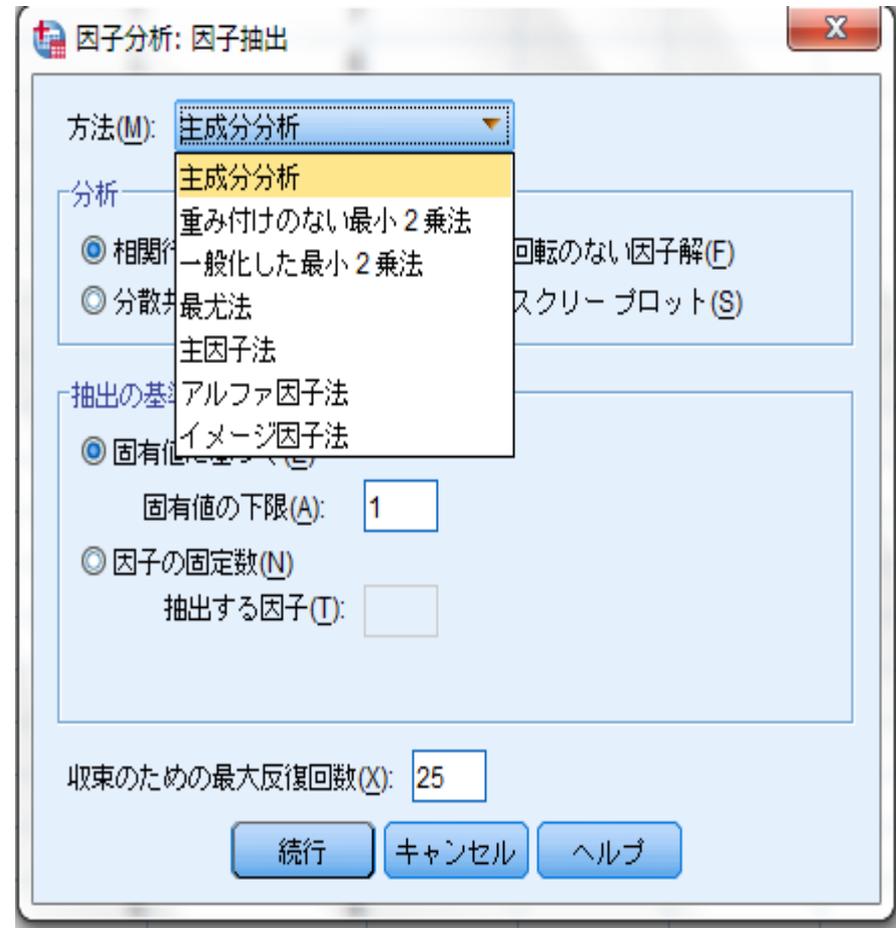


自分のデータが上手く解釈できるまで、いろいろ試す！

初期解の計算

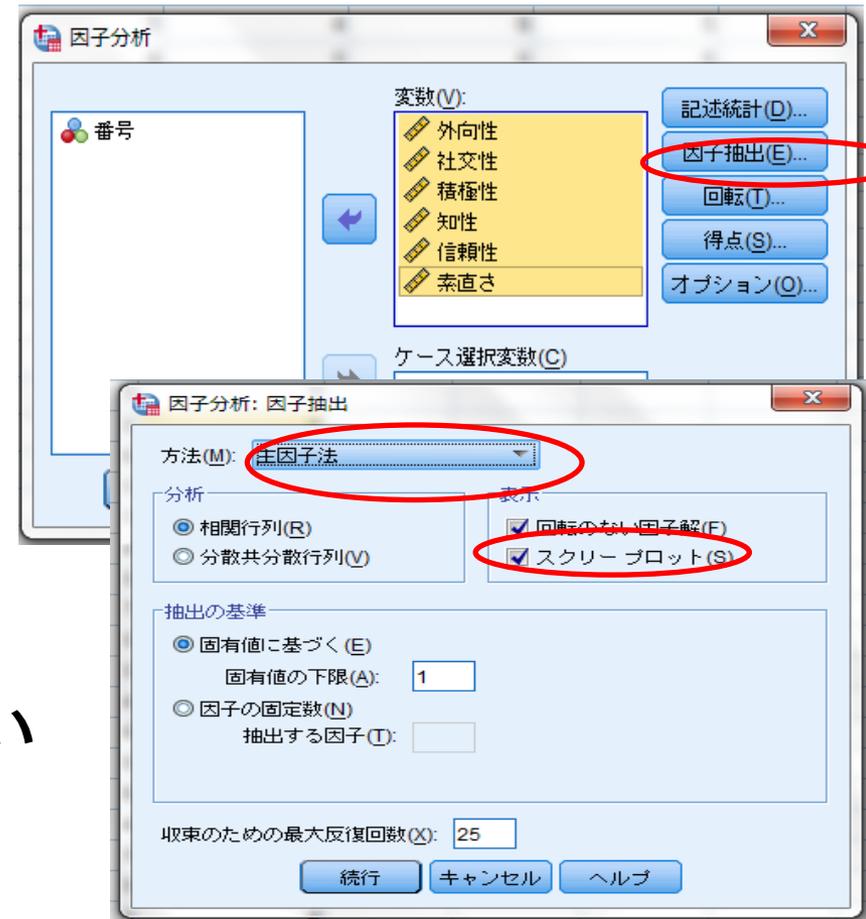
<因子抽出法>

- **主因子法**: 第一因子から順に因子寄与が最大となるように因子を抽出
- **最尤法**: 因子分析に関わるパラメータから尤度といわれる指標を算出し、これを最大にするように行う。適合度の検定が可能。
- **重みづけのない最小二乗法**: 元のデータと因子分析のモデルから算出される共分散行列の間の差を最小にするように行う。
- **一般化した最小二乗法**: 上記の最小二乗法を重みづけし、尺度の単位に影響されないように行う。



初期解の計算～演習～

- SPSSを立ち上げ、<data01>を開く
 - 「分析」→「次元分解」
→「因子分析」
1. 右のように変数を選択
 2. 「因子抽出」を選択
 3. 主因子法を選択し、
スクリープロットにチェック
 4. 「続行」→「OK」
* オプションで「サイズによる
並べ替え」を選択しておくとい



初期解の計算～演習～

<計算結果を見る>

- 共通性
- 説明された分散の合計
- スクリーンプロット(グラフ)
- 因子行列

が出力される

初期解の計算

共通性

- 右のように出力される
- 計算がうまくいかなかった場合、警告が出る
- * 共通性は通常1を超えない



- データの数が少ない
- データの入力がおかしい
- 因子抽出法が合っていない

	共通性	
	初期	因子抽出後
外向性	.432	.536
社交性	.434	.456
積極性	.532	.695
知性	.440	.459
信頼性	.471	.443
素直さ	.513	.816

因子抽出法: 主因子法

反復中に1つまたは複数の1よりも大きい共通性推定値がありました。得られる解の解釈は慎重に行ってください。

初期解の計算

＜因子数の決定＞

- 固有値で決める
- 主観的に決める

* 固有値

因子	初期の固有値			抽出後の負荷量平方和		
	合計	分散の %	累積 %	合計	分散の %	累積 %
1	2.691	44.853	44.853	2.269	37.813	37.813
2	1.521	25.358	70.211	1.136	18.928	56.74
3	.715	11.909	82.119			
4	.482	8.036	90.156			
5	.334	5.567	95.723			
6	.257	4.277	100			

因子抽出法: 主因子法

- 各因子の質問項目に対する支配度
- 固有値は変数の数だけ出力される
- 固有値は第一のものから次第に小さくなっていく

初期解の計算

- 固有値で決める
 1. カイザーガットマン基準
 - 因子数の基準となる固有値の最小を「1」とする
 2. スクリーンプロット基準
 - 固有値をグラフに描いて、落差が大きいところで決める
 - 人間が判断する

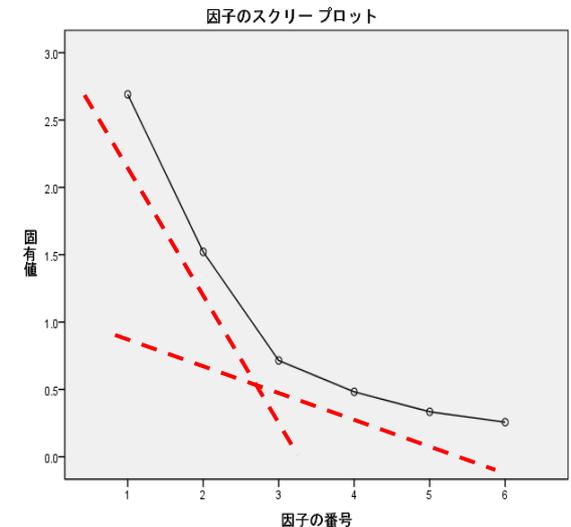
初期解の計算～演習～

- 「説明された分散の合計」を見る

説明された分散の合計

因子	初期の固有値			抽出後の負荷量平方和		
	合計	分散の %	累積 %	合計	分散の %	累積 %
1	2.691	44.853	44.853	2.269	37.813	37.813
2	1.521	25.358	70.211	1.136	18.928	56.74
3	.715	11.909	82.119			
4	.482	8.036	90.156			
5	.334	5.567	95.723			
6	.257	4.277	100			

因子抽出法: 主因子法



- スクリープロットを見る
- 因子数はいくつ?

- ちなみに...
固有値の最小値は指定可能

抽出の基準

固有値に基づく (E)
固有値の下限 (A):

因子の固定数 (F)
抽出する因子 (D):

初期解の計算～演習～

因子行列:因子負荷

- 表の下に注目
- 指定した反復以内で結果がでないときもある

因子行列(a)

	因子	
	1	2
素直さ	.708	-.561
外向性	.632	.369
積極性	.610	.568
知性	.589	-.336
信頼性	.573	-.338
社交性	.566	.369

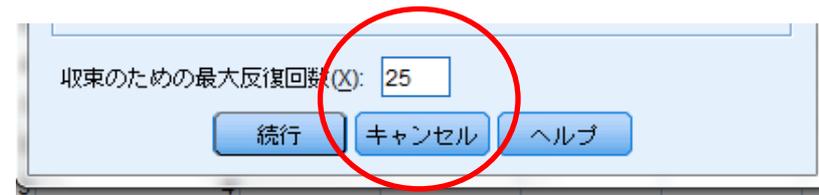
因子抽出法: 主因子法

a. 2個の因子が抽出されました。18回の反復が必要です。

(例「25回以上の反復が必要です」と警告がでる)

- 反復回数の上限は変更可能
- 「因子抽出」画面の下、

「収束のための最大反復回数」に直接数値を入力



因子軸の回転

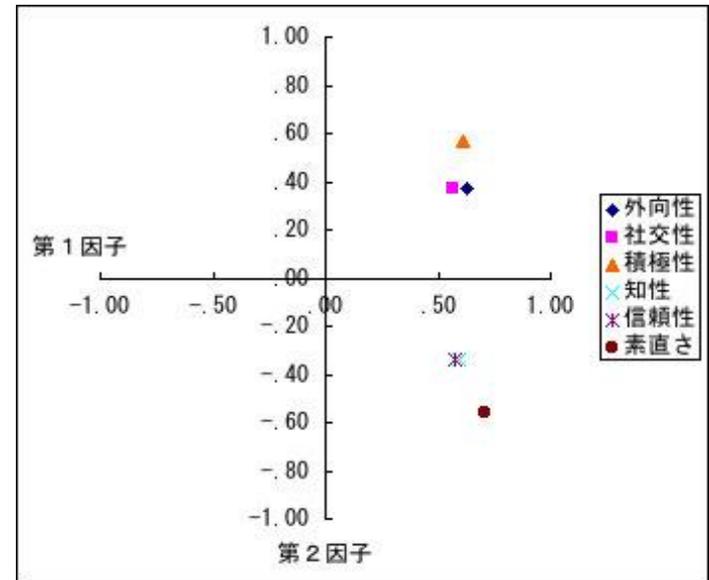
- 初期解では、項目間の関係わかりにくい
⇒ 軸を回転！

回転前の因子
負荷のプロット

	因子	
	1	2
素直さ	.708	-.561
外向性	.632	.369
積極性	.610	.568
知性	.589	-.336
信頼性	.573	-.338
社交性	.566	.369

因子抽出法: 主因子法

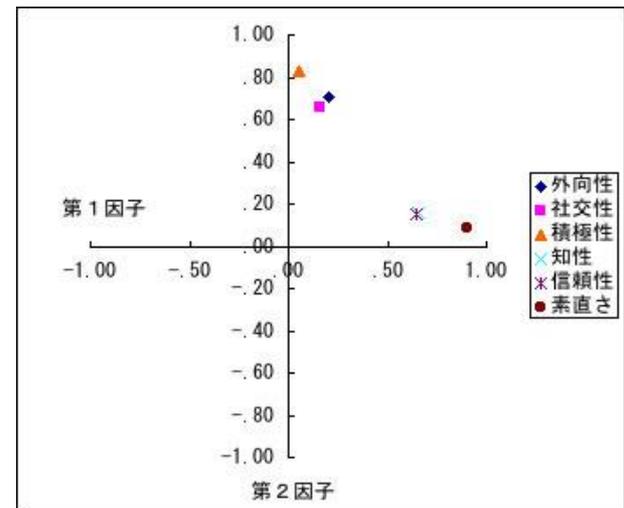
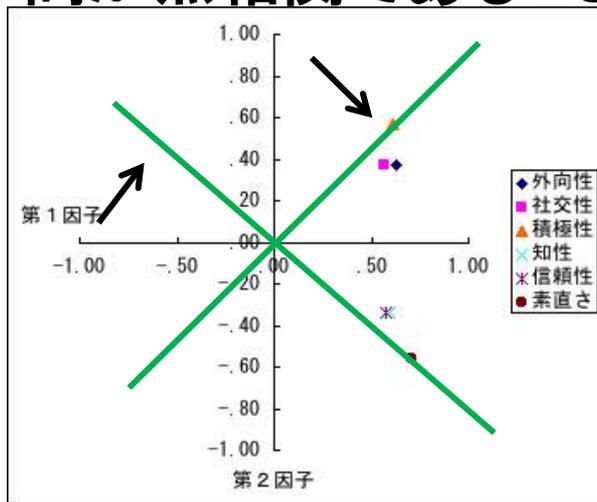
a. 2 個の因子が抽出されました。18 回の反復が必要です。



http://www.f.waseda.jp/oshio.at/edu/data_b/top.html

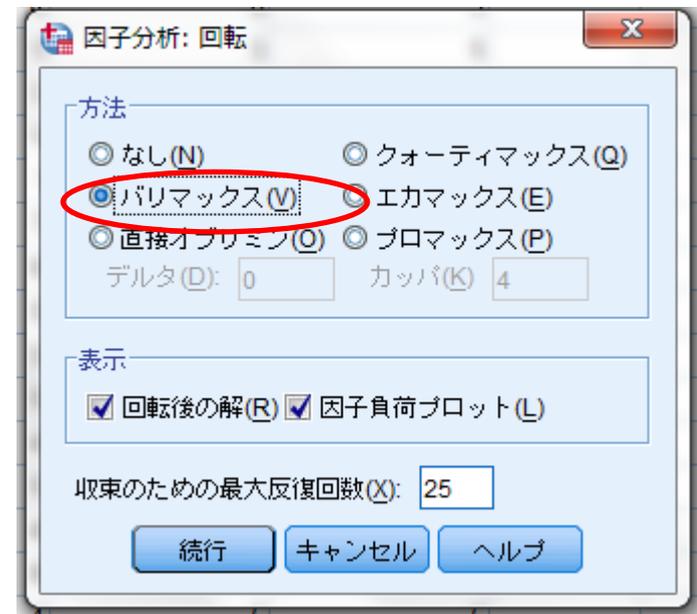
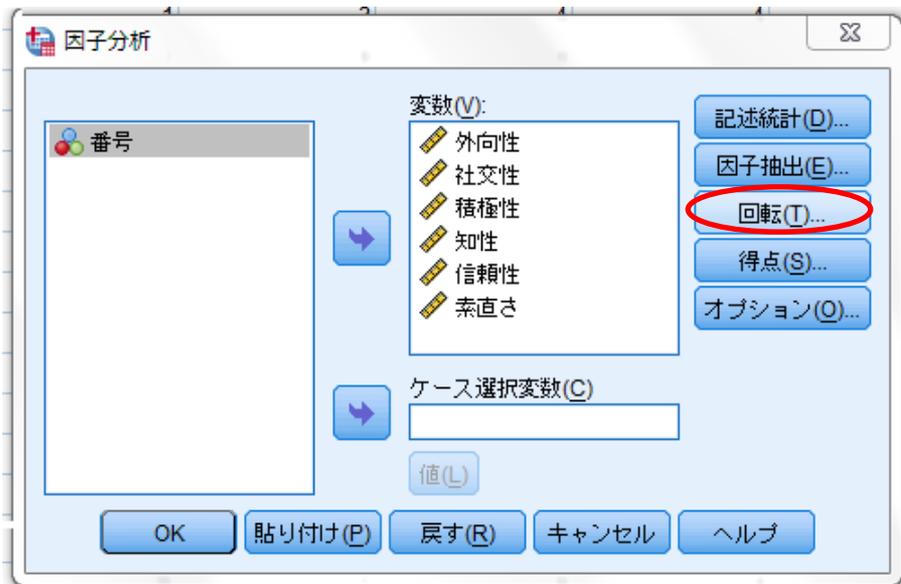
因子軸の回転

- 回転(直交回転・斜交回転)
 - 測定値と因子がうまく合致するように、縦軸と横軸を原点を中心に回転させること
 - 項目間の関係は変化しない
- 直交回転
 - 縦軸と横軸が直角であることを保って回転させる
 - 因子間が無相関であることを想定



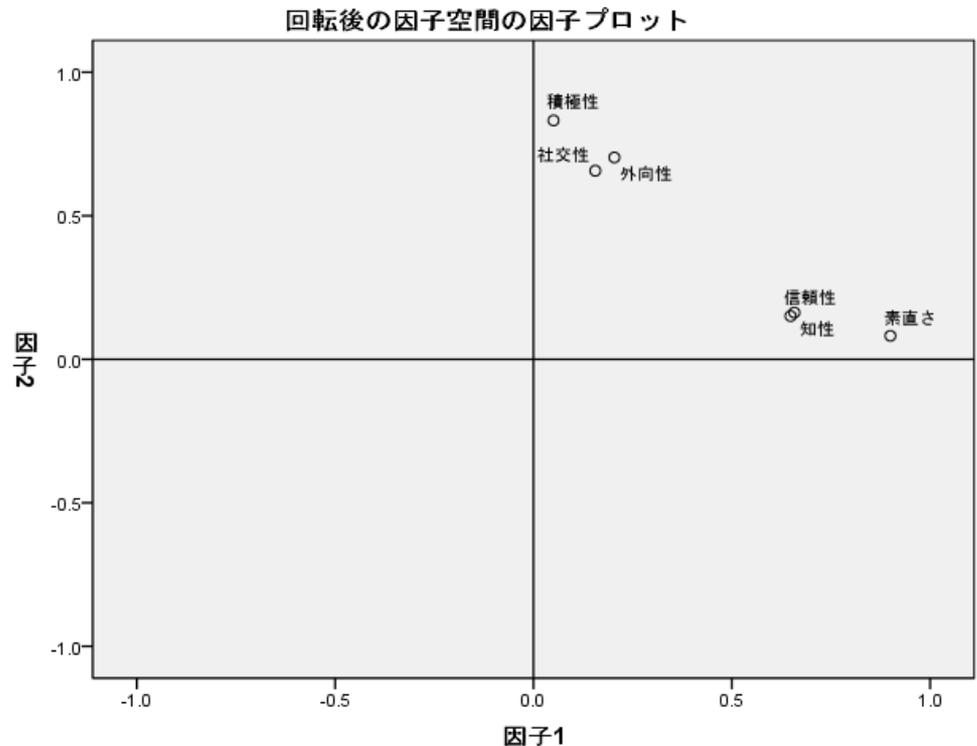
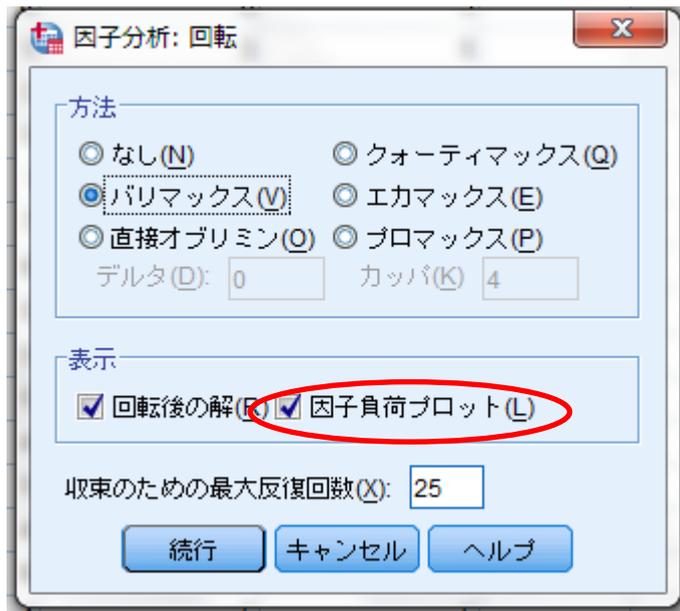
因子軸の回転～演習～

- 先ほど(スライド13)と同じ要領で
- 「因子分析」→「回転」→「バリマックス」
- エカマックス・クォーティマックスも直交回転



因子軸の回転～演習～

- 因子負荷のプロットを選択すれば、
- 回転後の因子の関係図が出力される



因子軸の回転～演習～

- 回転前と回転後の因子負荷量を比較
 - 因子との関係がわかりやすくなっている
- * 因子を解釈する際には、0.35あるいは0.40程度の因子負荷量を基準としてよく用いられる

因子行列(a)

	因子	
	1	2
素直さ	.708	-.561
外向性	.632	.369
積極性	.610	.568
知性	.589	-.336
信頼性	.573	-.338
社交性	.566	.369

因子抽出法: 主因子法

a. 2 個の因子が抽出されました。18 回の反復が必要です。



回転後の因子行列(a)

	因子	
	1	2
素直さ	.90	.082
知性	.658	.163
信頼性	.648	.151
積極性	.051	.832
外向性	.204	.703
社交性	.156	.657

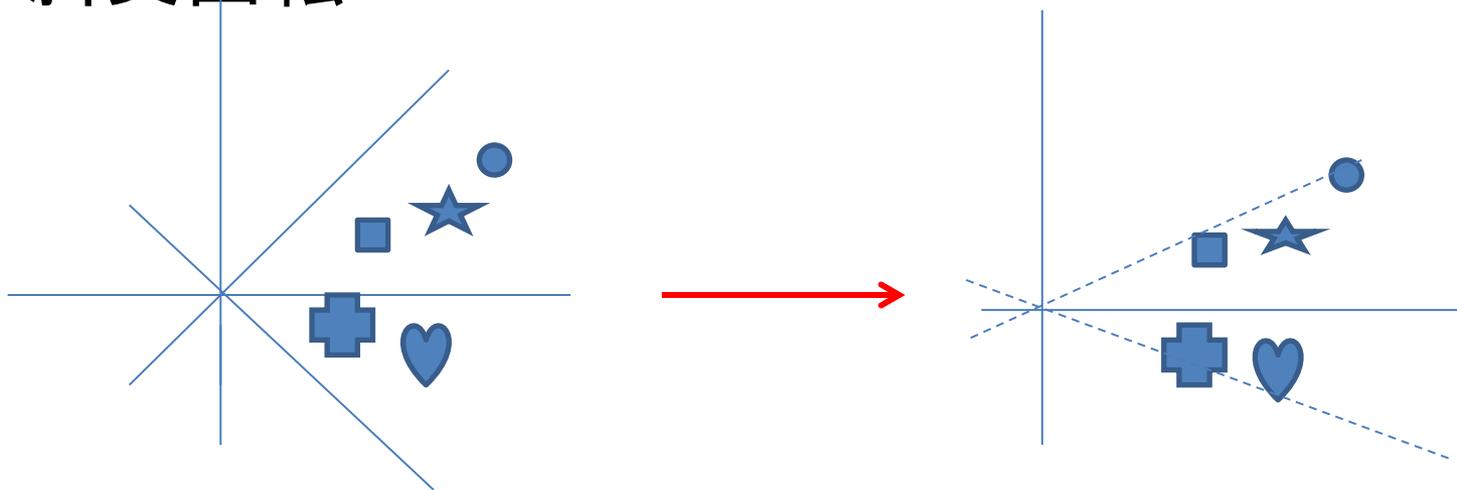
因子抽出法: 主因子法

回転法: Kaiser の正規化を伴うバリマックス法

a. 3 回の反復で回転が収束しました。

因子軸の回転

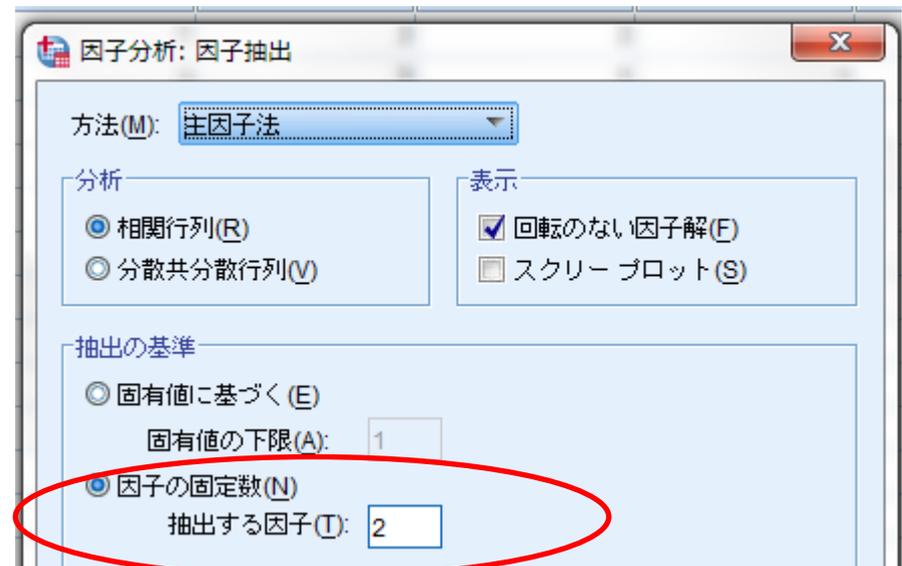
- 斜交回転



- 因子間に相関があることを仮定
- 直交回転は、軸をまとめて回転させるので制約が大きい
→ 別々に回転させた方が因子も見つけやすい
- * SPSSでは、斜交回転はプロマックスと直後オブリミン

因子軸の回転～演習～

- SPSSで<data02>を開く
- 「因子分析」→「回転」→「プロマックス」
- 今回は「因子抽出」の「抽出の基準」で「因子の固定数」を「2」としておく
- 「オプション」の「サイズによる並べ替え」にチェック



因子軸の回転～演習～

- バリマックス時とは異なり、「回転後の因子負荷量」は出力されず、「パターン行列」・「構造行列」・「因子相関行列」が出力される

* パターン行列: 回転後の因子負荷量

- 今回は、「回転後の負荷量平方和」欄に「合計」しか出力されていない→斜交回転の場合、寄与率を計算することができない

説明された分散の合計

因子	初期の固有値			抽出後の負荷量平方和			回転後の負荷量平方和 ^a
	合計	分散の %	累積 %	合計	分散の %	累積 %	合計
1	3.014	30.144	30.144	2.412	24.123	24.123	2.105
2	1.485	14.849	44.993	.821	8.209	32.333	1.892
3	1.184	11.837	56.830				
4	1.007	10.074	66.904				
5	.819	8.191	75.095				
6	.686	6.862	81.958				
7	.634	6.343	88.300				
8	.440	4.402	92.702				
9	.419	4.186	96.888				
10	.311	3.112	100.000				

因子抽出法: 主因子法

a. 因子が相関する場合は、負荷量平方和を加算しても総分散を得ることはできません。

因子軸の回転～演習～

・バリマックスとの比較

回転前の因子負荷

因子行列^a

	因子	
	1	2
F1_悩みを話し合えるような友人ができた	.630	-.189
F2_たくさんの友人と一緒に遊ぶようになった	.493	-.486
F3_一生つきあっていけるような友人ができた	.566	-.109
F4_グループで色々なことをするようになった	.203	.428
F5_言いたいことを何でも言い合える友だちができた	.250	.123
F6_みんなと一緒にいることが多くなった	.393	.214
F7_お互いに信頼できる友人ができた	.312	-.228
F8_たくさんの人と知り合いになった	.459	.275
F9_友達と心から理解し合えるようになった	.701	-.115
F10_友達グループの一員になった	.628	.390

因子抽出法: 主因子法

a. 2個の因子が抽出されました。13回の反復が必要です。

バリマックス回転後の因子負荷

回転後の因子行列^a

	因子	
	1	2
F1_悩みを話し合えるような友人ができた	.601	.268
F2_たくさんの友人と一緒に遊ぶようになった	.691	-.047
F3_一生つきあっていけるような友人ができた	.500	.287
F4_グループで色々なことをするようになった	-.126	.457
F5_言いたいことを何でも言い合える友だちができた	.109	.257
F6_みんなと一緒にいることが多くなった	.158	.419
F7_お互いに信頼できる友人ができた	.385	.030
F8_たくさんの人と知り合いになった	.169	.508
F9_友達と心から理解し合えるようになった	.607	.370
F10_友達グループの一員になった	.221	.705

因子抽出法: 主因子法

回転法: Kaiserの正規化を伴うバリマックス法

a. 3回の反復で回転が収束しました。

プロマックス回転後の因子負荷

回転後の因子行列^a

	因子	
	1	2
F1_悩みを話し合えるような友人ができた	.590	.123
F2_たくさんの友人と一緒に遊ぶようになった	.778	-.251
F3_一生つきあっていけるような友人ができた	.472	.173
F4_グループで色々なことをするようになった	-.269	.542
F5_言いたいことを何でも言い合える友だちができた	.047	.252
F6_みんなと一緒にいることが多くなった	.056	.418
F7_お互いに信頼できる友人ができた	.418	-.078
F8_たくさんの人と知り合いになった	.042	.513
F9_友達と心から理解し合えるようになった	.567	.234
F10_友達グループの一員になった	.045	.716

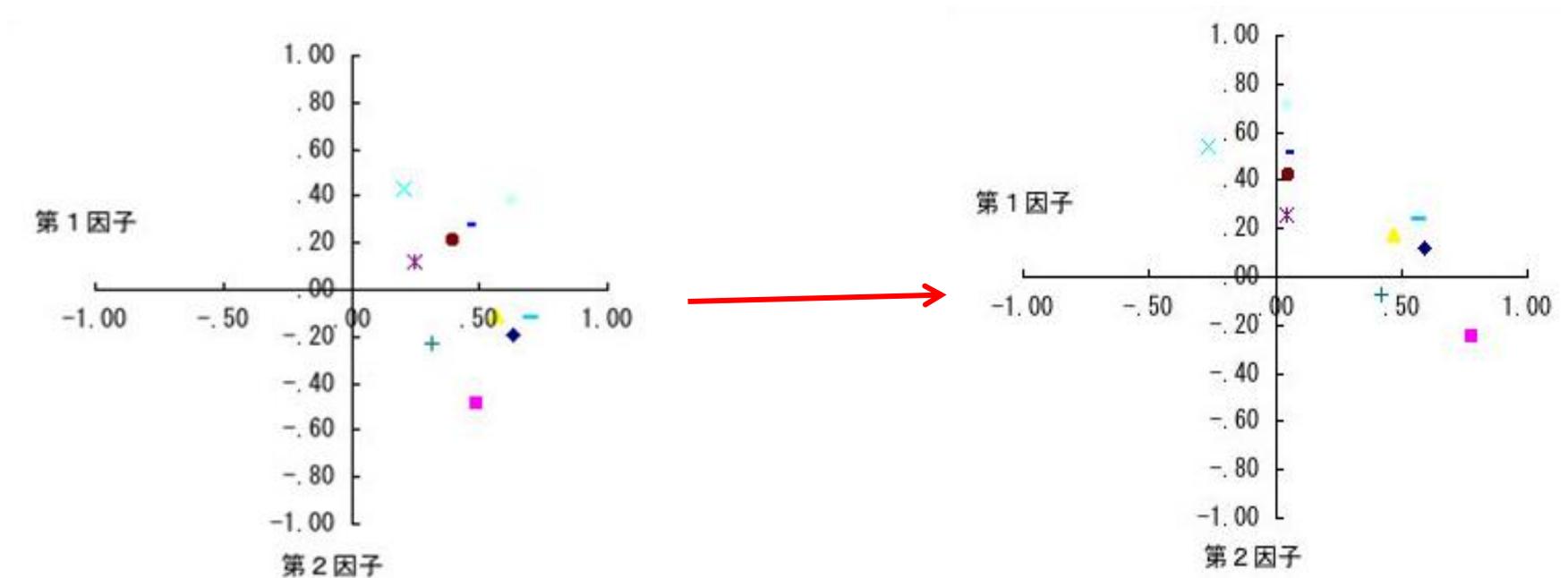
因子抽出法: 主因子法

回転法: Kaiserの正規化を伴うプロマックス法

a. 3回の反復で回転が収束しました。

因子軸の回転～演習～

- 斜交回転前と回転後の因子負荷のプロット



http://www.f.waseda.jp/oshio.at/edu/data_b/top.html

尺度作成の際の因子分析

- 新たな尺度を作成する際には、因子分析を行う必要がある
- 手順
 - 1. 項目のチェック
 - 2. 初回の因子分析(因子数の決定)
 - 3. 2回目以降の因子分析(項目の選定)
 - 4. 最終的な因子分析

尺度作成の際の因子分析～演習～

1. 項目のチェック

- それぞれの項目の得点分布の検討を行う
- 事前に想定した分布に対してどのようなデータが得られているか確認

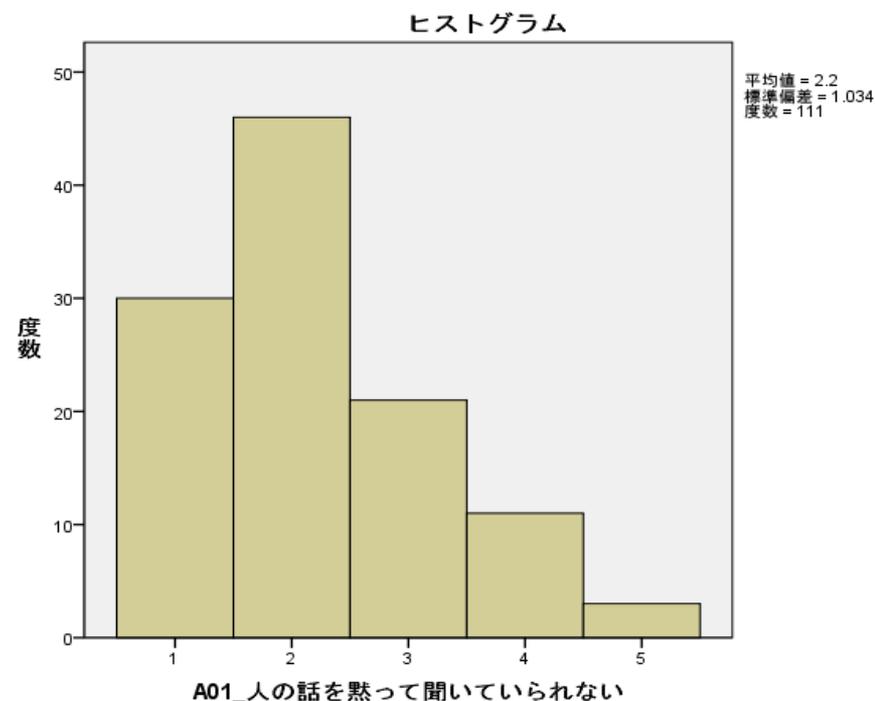
→天井効果やフロア効果がないか

* SPSSで確認！

- <data03>を開き、「分析」→「記述統計」→「探索的」を選択
 - 「従属変数」に全ての項目を指定
 - 「作図」→「記述統計」の「ヒストグラム」にチェック
- 「続行」→「OK」

尺度作成の際の因子分析～演習～

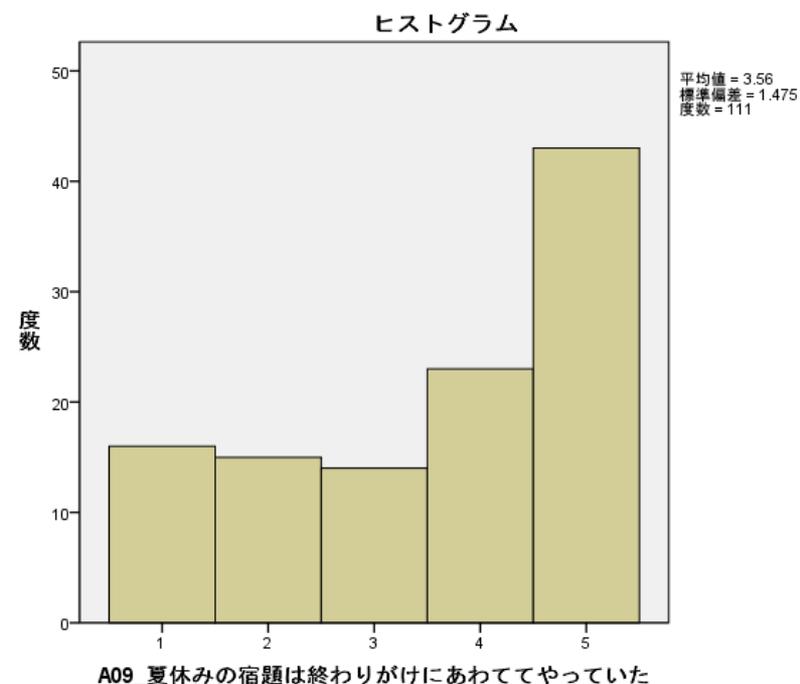
記述統計			統計量	標準誤差
A01_人の話を黙って聞いていられない	平均値		2.20	.098
	平均値の95%信頼区間	下限	2.00	
		上限	2.39	
	5%トリム平均		2.13	
	中央値		2.00	
	分散		1.069	
	標準偏差		1.034	
	最小値		1	
	最大値		5	
	範囲		4	
	4分位範囲		2	
	歪度		.747	.229
	尖度		.034	.455
	A02_自分はずいぶん調子に乗るタイプだ	平均値		3.33
平均値の95%信頼区間		下限	3.13	
		上限	3.54	



尺度作成の際の因子分析～演習～

A09_夏休みの宿題は終わりがけにあわててやっていた

A09_夏休みの宿題は終わりがけにあわててやっていた	平均値		3.56	.140
	平均値の 95% 信頼区間	下限	3.28	
		上限	3.84	
	5%以上平均		3.62	
	中央値		4.00	
	分散		2.176	
	標準偏差		1.475	
	最小値		1	
	最大値		5	
	範囲		4	
	4分位範囲		3	
	歪度		-.567	.229
	尖度		-1.133	.455



尺度作成の際の因子分析～演習～

2.初回の因子分析(因子数の決定)

- 「因子分析」→「因子抽出」は「主因子法」、スクリープロットにチェックを入れて、「OK」
- 因子数はいくつがいいのでしょうか？

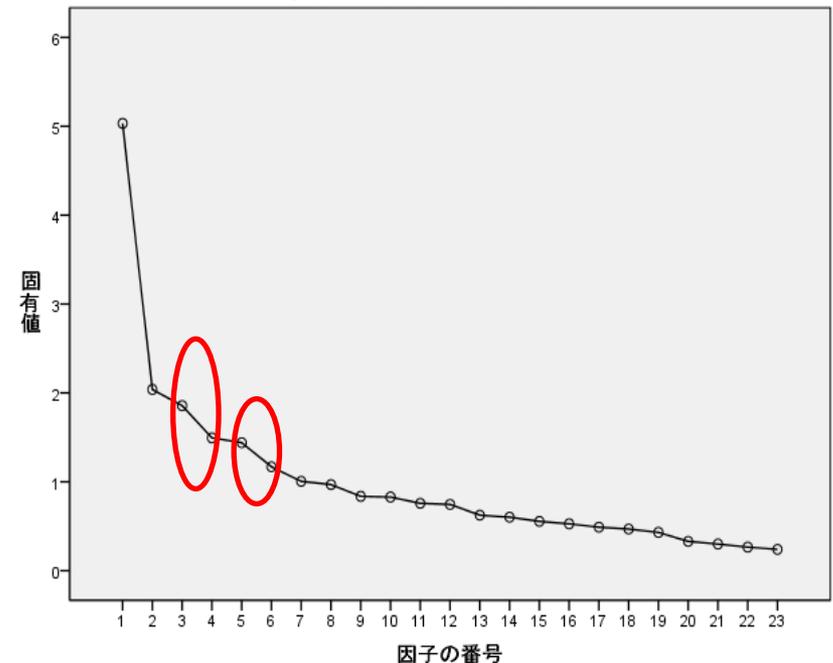
尺度作成の際の因子分析～演習～

- 説明された分散の合計からは、因子の差を見る
- はっきりと決められない時は、暫定的に決める

説明された分散の合計

因子	初期の固有値			抽出後の負荷量平方和		
	合計	分散の %	累積 %	合計	分散の %	累積 %
1	5.032	21.879	21.879	4.525	19.674	19.674
2	2.039	8.865	30.744	1.517	6.594	26.268
3	1.856	8.072	38.816	1.270	5.520	31.788
4	1.494	6.496	45.312	.995	4.324	36.113
5	1.439	6.258	51.570	.938	4.077	40.190
6	1.169	5.083	56.652	.616	2.678	42.867
7	1.005	4.370	61.022	.478	2.078	44.945
8	.968	4.209	65.232			
9	.836	3.636	68.868			
10	.828	3.600	72.468			
11	.750	3.204	75.762			

因子のスクリー プロット



尺度作成の際の因子分析～演習～

3. 2回目の因子分析

- 先ほどの因子分析の結果を受けて、「因子抽出」の「抽出の基準」の「因子の固定数」をクリックし、3を入力
- 「回転」は「プロマックス」を指定
- 「オプション」で「サイズによる並べ替え」にチェック
→「OK」

尺度作成の際の因子分析～演習～

出力の見方

- 共通性を見る

— 共通性が著しく低い項目に
注意する

共通性		
	初期	因子抽出後
A01 人の話を黙って聞いていられない	.286	.185
A02 自分はすぐ調子に乗るタイプだ	.452	.273
A03 一人で行動することが好きではない	.307	.289
A04 友達がやるからという理由で何をするか決めることが多い	.545	.670
A05 気分によって考えがコロコロ変わる	.445	.377
A06 分からないことがあったとき、まずは自分で考えたい	.284	.267
A07 買い物に行ったとき、予定していなかった物まで買ってしまうことがある	.325	.267
A08 他人のペースに合わせることができる	.216	.019
A09 夏休みの宿題は終わりがけにあわててやっていた	.316	.346
A10 自分の失敗を周りのせいにすることが多い	.354	.221
A11 約束の時間によく遅刻をしてしまう	.355	.259
A12 同じ失敗を繰り返す	.430	.261

尺度作成の際の因子分析～演習～

- パターン行列を見る
 - A05, A19, A10, A08, A23の5項目については、いずれの因子負荷量も.35の基準を満たしていない
 - ただし、A05の第一因子への負荷量とA10の第二因子への負荷量は微妙な値
- とりあえず、A08・A19・A23の3項目を変数から外し、再度因子分析を行う

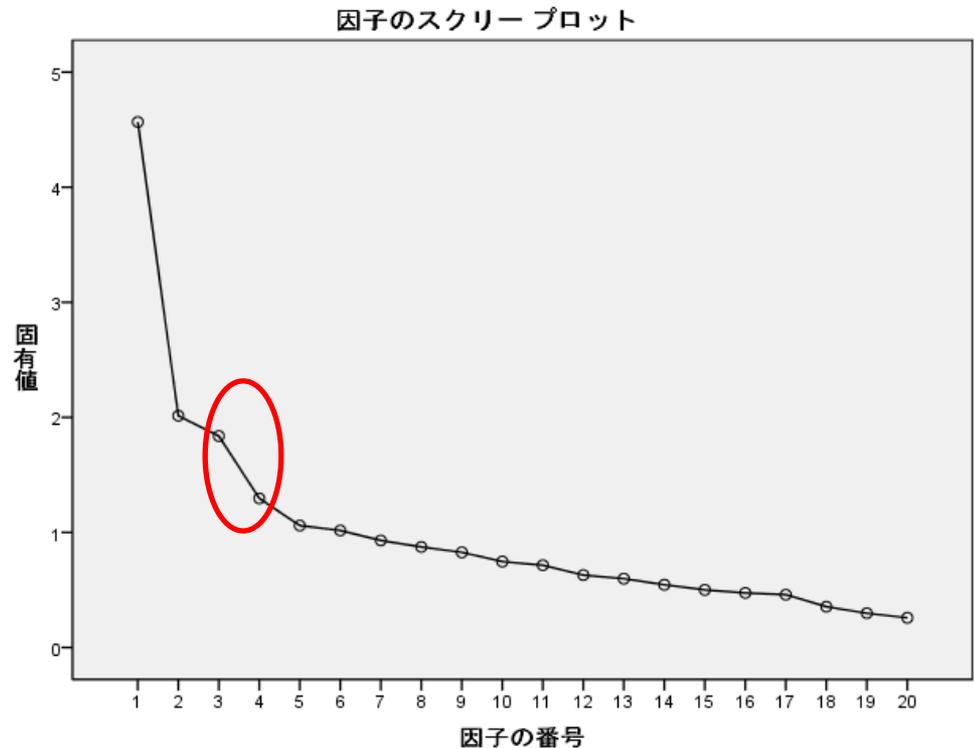
尺度作成の際の因子分析～演習～

結果...

- より明確に3因子構造を示すようになってきたことを意味する

* パターン行列はどうなっているのでしょうか？

* 試行錯誤しながら、因子分析を繰り返す



尺度作成の際の因子分析～演習～

- 因子を解釈する: 因子名の決定
 - 先ほど(3項目除外後)のパターン行列を見ましょう
 - 各項目の因子負荷量から、3つの因子はそれぞれどのような因子名がいいのでしょうか？
- * 正の負荷量だけでなく、負の負荷量にも着目する！

参考文献・資料

- 小塩真司(2011) SPSSとAmosによる心理・調査データ解析[第2版] 東京図書
- 向後千春・富永敦子(2009) 統計学がわかる【回帰分析・因子分析編】技術評論社
- 南風原朝和(2002) 心理統計学の基礎－統合的理解のために 有斐閣
- 松尾太加志・中村知靖(2002) 誰も教えてくれなかった因子分析－数式が絶対に出てこない因子分析入門－ 北大路書房
- 嶺本和沙(2006) 心理データ解析演習資料(<http://kyoumu.educ.kyoto-u.ac.jp/cogpsy/personal/Kusumi/datasem06/minemoto.pdf>)
- 山添愛(2007) 心理データ解析演習資料(<http://kyoumu.educ.kyoto-u.ac.jp/cogpsy/personal/Kusumi/datasem07/yamazoe.pdf>)

使用したデータ

- 小塩真司(2011) SPSSとAmosによる心理・調査データ解析[第2版] 東京図書 の付録データを東京図書HPよりExcelファイルをダウンロード
(<http://www.tokyo-tosho.co.jp/download/>)
- data01→6章, data02→6章3, data03→7章2-1