

共分散分析 (analysis of covariance ; ANCOVA)



M1 服部貴大

どのようなときに使うか

- 水準間に差があるかどうか知りたいとき。
(基本的には分散分析の目的と同じ)

分散分析の復習

例

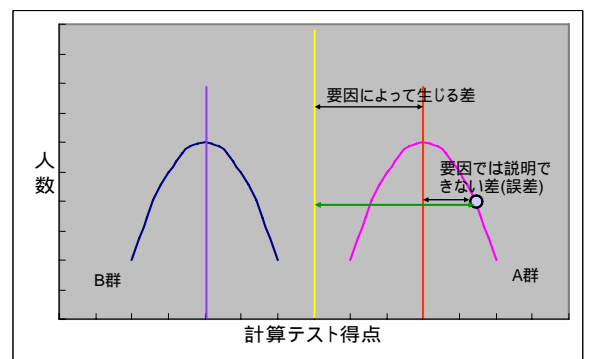
- 計算テストに取り組ませ

A群 マーチを聴きながら取り組む

B群 何も聴かない(統制群)

仮説 マーチを聴くことによって計算テストの
得点が高くなる。

復習 分散分析



復習 分散分析

$$\frac{\text{要因によって生じる差}}{\text{要因では説明できない差(誤差)}} = F\text{統計量}$$

この検定の問題点

- 元々、計算が得意な人がA群に集まった。
A群の有意差はこのためかもしれない
(分散分析を行う条件として、無作為化しており、その時点でこうならないという仮定には
なっているが)
- 個人の元々の計算力の差が誤差(分母の数字)
に含まれている。
検定力が低くなる

問題点を改善する方法(1)

- 方法1 無作為化(被験者をランダムに抽出し等質化)しているということで、そのまま

問題点 先程の問題点そのまま残る

1. 完全に等質化できるとは限らない
2. 等質化されたとしても、個人の元々の計算力の差は誤差として扱われる。

問題点を改善する方法(2)

- 方法2 ブロック化
計算力の同じ2人組を何組か用意し、両群に振り分ける

問題点

1. コストがかかる。
2. ブロック化が不可能なケースには適用できない。
(例 学級を群に使う)

問題点を改善する方法(3)

- 方法3 共分散分析

メリット 検定の計算の段階で、個人の計算力を誤差から除くことができる。

問題点 共変量がない場合には使用できない

共変量(covariate)とは

- 影響を統制する対象となる剰余変数のこと。

誤差 = 系統誤差 + 偶然誤差

系統誤差 被験者の反応(従属変数)に一定の規則的な影響を及ぼす実験変数以外の変数による変動

↓
剰余変数

マーチの例で共変量を説明すると

計算テストの得点に影響を及ぼす数値 共変量

(例えば、計算力を反映した数学のテストの得点 共変量 (= 剰余変数)

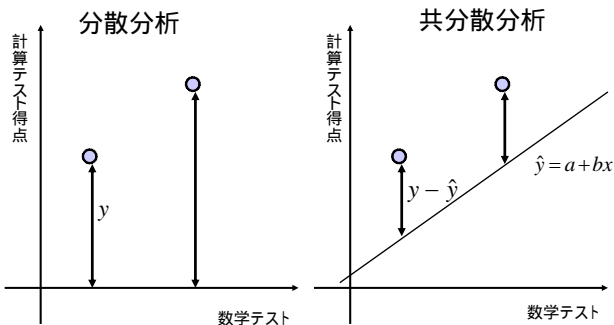
マーチを聴くという要因以外にも、計算テストの得点に一定の影響を与える。

数学のテストで点数の高い人は、計算テストにおいても高い点を取り、逆に数学テストで低い得点の人は、計算テストにおいても低いという影響を及ぼす。)

共分散分析のしくみ(1)

- 検定の目的としては、水準間の差の検定(被験者間分散分析と同じ)だが、共変量を使って、誤差の部分を小さくし、検定力を高めようとする。

分散分析と共分散分析の違い



共分散分析のしくみ(2)

- $y - \hat{y}$ (残差得点) をA群とB群とで分散分析

y : 実際の計算テストの得点

\hat{y} : 数学テスト(共変量)から推定される計算テストの得点

共分散分析 = 回帰分析 + 分散分析

共分散分析の手順(1)

前提条件

1. 無作為な標本抽出
2. 母集団の分布の正規性
3. 分散の等質性
(ここまでは、分散分析と同じ)
4. 共変量が実験の要因の影響を受けない
5. 共変量と実験変数が直線的である(曲線ではない)

共分散分析の手順(2)

前提条件

6. 各水準の回帰直線の傾きが等しい



回帰直線の平行性の検定

実験変数と共変量をそれぞれ要因とし、
2要因分散分析 交互作用を検定

- 交互作用が有意でない 各水準の回帰直線が平行
- 交互作用が有意 回帰直線が平行ではない
共分散分析はできない

共分散分析の手順(3)

前提条件

7. 回帰係数(傾き)が有意である
(実験変数と共変量が無相関ではない)



回帰の有意性の検定

$$\text{回帰係数(傾き)} = r \cdot \frac{SD_y}{SD_x}$$

相関係数の有意性の検定

- 有意 共分散分析へ
- 有意ではない 共分散分析できない

共分散分析の手順(4)

水準間の差の検定



残差得点 ($y - \hat{y}$) を各水準間で分散分析

SPSSでの手順(1)

SPSS 11.0J for Windows Student Version

- 「分析(A)」 「一般線形モデル(G)」
「1変数(U)」

出てきたダイアログで

- 従属変数、固定因子、共変量を設定

[前提条件6 回帰直線の平行性の検定]
右上の「モデル(M)」をクリック」

SPSSでの手順(2)

出てきたダイアログで

- 「ユーザーの指定による(C)」を指定
実験変数、共変量、実験変数 * 共変量を
「モデル(M)」欄に入れる
「続行」

出てきたダイアログで

- 「OK」をクリック

SPSSでの手順(3)

出力画面で

- 実験変数 * 共変量の有意確率を確認
有意ではない 各水準の回帰直線が平行
有意 各水準の回帰直線が平行ではない
共分散分析ができない
[回帰直線の平行性の検定、終了]

SPSSでの手順(4)

- 「分析(A)」 「一般線形モデル(G)」
「1変数(U)」

出てきたダイアログで

- 右上の「モデル(M)」をクリック

出てきたダイアログで

- 「全ての因子による(A)」を指定
● 「続行」をクリック

[先ほどの交互作用の検定(回帰直線の有意性の検定)を共分散分析するように直した]

SPSSでの手順(5)

[前提条件7 回帰の有意性の検定]

出てきたダイアログで

- 「オプション(O)」をクリック

出てきたダイアログで

- 「平均値の表示(M)」欄へ水準(条件)を入れる
- 「主効果の比較(C)」と「パラメータの推定値(T)」に
チェックを入れる
- 「続行」をクリック

SPSSでの手順(6)

出てきたダイアログで

- 「OK」をクリック

出力画面で

パラメータ推定値の表

[前提条件7 回帰の有意性の検定の結果]

- 共変量の有意確率
有意 回帰係数が有意である
有意ではない 回帰係数が有意でない
共分散分析できない

SPSSでの手順(7)

被験者間効果の検定の表
[共分散分析の結果]

- 水準の有意確率
 - 有意 水準間に差がある
 - 有意ではない 水準間に差がない

演習

SPSSへ入力

(森敏昭、吉田寿夫(1990)の表から一部修正)

	条件	数学test	計算test
1	1	12	2
2	1	24	1
3	1	32	4
4	1	30	3
5	1	48	6
6	1	50	8
7	2	11	2
8	2	9	5
9	2	22	6
10	2	38	6
11	2	42	7
12	2	49	8

条件1 B群
条件2 A群
と読むと、先程のマーチの例で考えられます。
[デモデータファイル](#)

出力結果(1)

[前提条件6 回帰直線の平行性の検定]

被験者間効果の検定

従属変数: 計算TEST

ソース	タイプ III 平方和	自由度	平均平方	F 値	有意確率
修正モデル ^a	50.567 ^a	3	16.856	10.294	.004
切片	1.118	1	1.118	.683	.433
条件	8.696	1	8.696	5.311	.050
数学TEST	41.960	1	41.960	25.626	.001
条件 * 数学TEST	2.265	1	2.265	1.384	.273
誤差	13.099	8	1.637		
総和	344.000	12			
修正総和	63.667	11			

a. R2乗 = .794 (調整済みR2乗 = .717)

出力結果(2)

[前提条件7 回帰の有意性の検定]

パラメータ推定値

従属変数: 計算TEST

パラメータ	B	標準誤差	t 値	有意確率	95% 信頼区間	
					下限	上限
切片	2.039	.920	2.216	.054	-4.256E-02	4.120
数学TEST	-.127	.026	-4.839	.001	6.778E-02	-.187
[条件=a]	-2.197 ^a	.762	-2.882	.018	-3.921	-.473
[条件=b]	0 ^a					

a. このパラメータは冗長なため0に設定されます。

ちなみに、これが回帰直線の傾き

出力結果(3)

[共分散分析の結果]

被験者間効果の検定

従属変数: 計算TEST

ソース	タイプ III 平方和	自由度	平均平方	F 値	有意確率
修正モデル ^a	48.302 ^a	2	24.151	14.147	.002
切片	1.912	1	1.912	1.120	.317
数学TEST	39.969	1	39.969	23.412	.001
条件	14.181	1	14.181	8.307	.018
誤差	15.365	9	1.707		
総和	344.000	12			
修正総和	63.667	11			

a. R2乗 = .759 (調整済みR2乗 = .705)

分散分析との比較

- 時間がある人は、計算testを従属変数にして一要因の分散分析にかけてみて下さい。

分散分析の出力結果

分散分析

計算TEST

	平方和	自由度	平均平方	F 値	有意確率
グループ間	8.333	1	8.333	1.506	<u>.248</u>
グループ内	55.333	10	5.533		
合計	63.667	11			

参考文献

- 石村貞夫 1997 SPSSによる分散分析と多重比較の手順 東京図書
- 森敏昭、吉田寿夫(編) 1990 心理学のためのデータ解析テクニカルブック 北大路書房
- 南風原朝和 2002 心理統計学の基礎 有斐閣
- 田中敏、山際勇一郎 1989 ユーザーのための教育・心理統計と実験計画法 教育出版
- 石村貞夫 1992 分散分析のはなし 東京図書