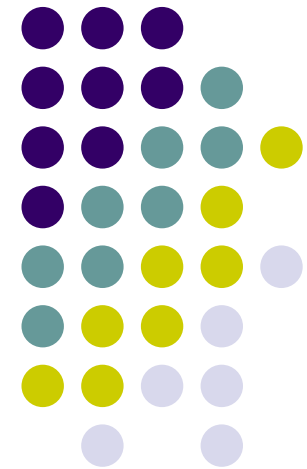


# 共分散分析と 矩形データ形式 Analysis of Covariance

データ解析演習 2008/4/16  
教育学研究科 D1 上野泰治





# 発表の流れ

- 心理学実験における分散
- 共分散分析のメリット
- 共分散分析の視覚的理解
- データを実際に分析 (2007年度進化班)
- 矩形データ形式について



# 心理学における分散

- 例えば、コーヒーを飲んだら成績が上がる、ということの研究をしたい。
- 理想的な結果は、右のようになる。

表1 両群のテスト得点(n=10)

飲まない群	飲む群
90	100
90	100
90	100
90	100
90	100

群内でバラつき(分散)がない！

群間でバラつき(分散)がある！



# 心理学における分散

- しかし現実は次のようになる。
- なぜバラつきがある？
  - 元々の成績・やる気・コーヒーアレルギー・腹痛
- 交絡(confounding)
- 剰余変数(extraneous variables)考慮の必要性。

表2 両群のテスト得点(n=10)

飲まない群	飲む群
90	100
95	100
92	80
85	90
98	95

群内でバラつき(分散)がある！  
群間でバラつき(分散)が少ない！



# 系統的誤差と確率誤差

- 誤差、つまり、実験者の興味のある独立変数の効果によらない変動は、理論的に二つに分けうる。
  - 確率誤差
  - 系統的誤差
- 確率誤差は、実験の手続き上、(ある程度不可分に)混入してくる誤差であり、文字通り確率論的にしかその効果の大きさを測定できない。理論的には統制できないものである。



# 系統的誤差

- 系統的誤差とは文字通りシステムティックに従属変数に効果を及ぼす誤差であり、その効果は理論的には測定が可能である。
  - 「やる気度」を測定し、従属変数との相関係数を算出する。
- 剰余変数は、系統的誤差である。つまり、統制が可能である。



# 剰余変数の統制

- 例えば、“やる気”という変数を考慮する。
- 元々やる気の高い人ほど成績が高い、という正の相関があったとしたら、次の状況では困る。

表3 両群のやる気度(n=10)

飲まない群	飲む群
1	5
1	5
1	5
1	5
1	5





# 剰余変数の統制方法

- 独立変数化 : 要因として従属変数への効果を検討しよう!
- 恒常化(一定化) : やる気ゼロの学生だけを集めよう!
- 除去化 : コーヒーアレルギーの治療
- 無作為化(確率化) : 偏る事のないように偶然に任せよう!
- ブロック化 : やる気の低い人同士・高い人同士で比べよう!
- 統計的調整化 : 統計量に及ぼす剰余変数の影響を計算しよう!





# 独立変数化

- 剰余変数は定義上、従属変数に影響を及ぼす未知の(考慮されていない)変数のことである。
- ならば、その変数を独立変数に組み込めば、もはや剰余変数ではなくなる。
- 剰余変数が従属変数(の変動)に及ぼす影響を検討する。
- 後に紹介する統計的調整化(共分散分析)と、算術的には同じこと。(心理学的に微妙に)異なる点については後述します。



# 恒常化

- 全ての条件のどの対象に対する実験においても、剰余変数の値を常に一定にする。
- つまり、剰余変数の変動が条件間でも条件内でもゼロに(近く)なる。
- やる気のある人、あるいはない人ばかりを集めて実験を行えば、やる気のある・なしが実験結果を不当に歪めることはない。
- 結果の一般可能性の問題。



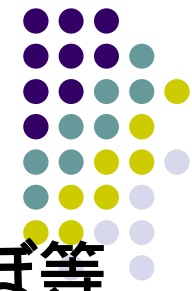
# 除去化

- 剰余変数を除去してしまう。
- つまり、剰余変数の値を常にゼロにする。常に同じ値にするという点では、恒常化と同じ。しかし、手続き上は、異なる。
- 恒常化は、剰余変数の値を測定し、その中から同じ値の母集団から標本を集める。除去化は、剰余変数の値を作為的にゼロにすること。
- 現実には不可能であり、作為的にゼロにするという介入が、当該の効果のみをもつという保証はない。



# 無作為化

- 被験者の抽出・被験者の割り当てを完全に偶然に任せる。
- 表3のように、片方の条件にやる気のない人が集まり、もう一方の条件にやる気のある人が集まる、という可能性を少なくできる。
- コストが低く、かつ一般化可能性が高い。
  - 乱数法の使用
  - 層別無作為抽出など
- 消極的な統制に過ぎない。
- 偶然交絡する可能性もある。(データ数の問題)



# ブロック化

- 実験の単位(通常は被験者)を、剰余変数の値がほぼ等しい複数のブロック(グループ)に分け、各ブロック(グループ)内で独立変数の各条件のデータを同数ずつ得る方法。
- やる気ある人の人数が各群で等しい。やる気ない人の人数も等しい。やる気中程度の人数も等しい。
- 教育心理学・発達心理学研究では、独立変数の各水準に当てる被験者が学級ごとに決まっている(決められている)場合が多い。
  - この場合、ブロック化や無作為化、独立変数化が困難。共分散分析へ。



# 統計的調整法 ~ 共分散分析

- 剰余変数が従属変数に与える影響は、誤差分散として扱われる。
- この、メリットの一つとして、剰余変数がどれだけ誤差分散に影響を与えているかが見積もり可能ならば、誤差分散を積極的に調整できるということが挙げられる。
  - 今日の発表はここに焦点をあてます。
- 言い換えると、誤差分散を剰余変数がどの程度説明(予測)出来るか? という問いと等しい。



# 分散説明率

- 誤差分散とは、実験者が意図していない要因による分散のことである。
- では、その分散が、剰余変数の分散によってどの程度説明できるか？
- 変数 $X$ の値から変数 $Y$ の値を何%予測できるかという数値を、分散説明率と呼ぶ。
- 分散説明率は、変数 $X$ と変数 $Y$ の相関係数の2乗に等しい。



# 相関係数と分散説明率

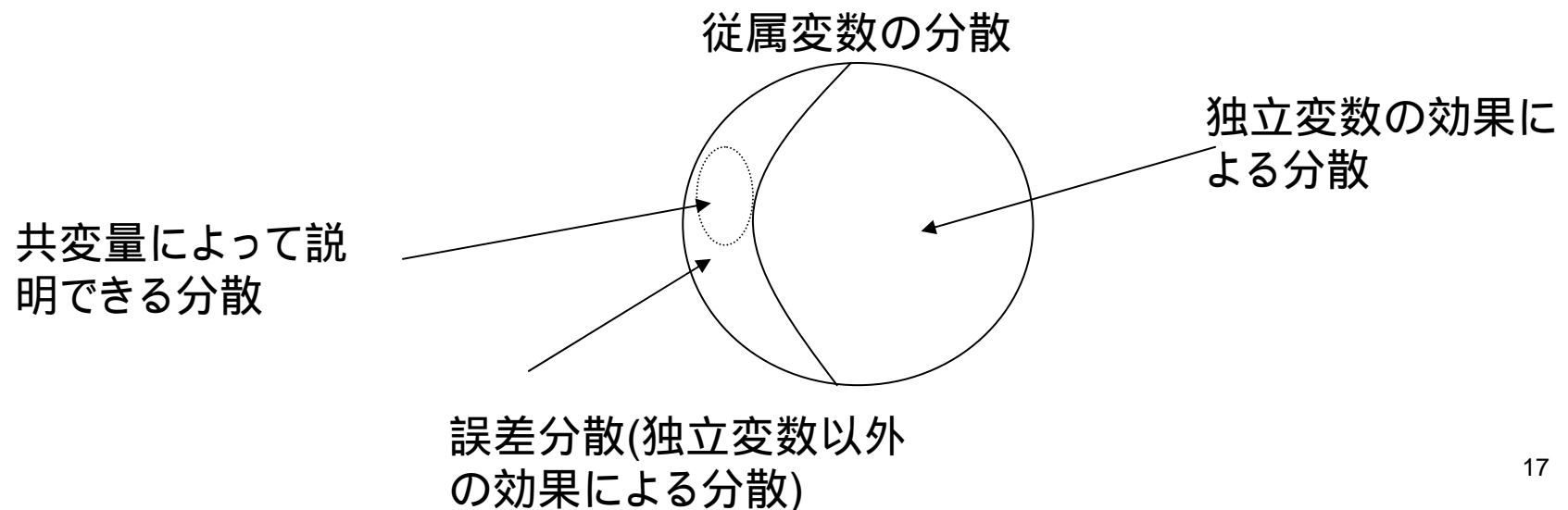
- 剰余変数と従属変数の相関係数が推定できるなら、誤差分散を相関係数の2乗分説明することが出来る。
- 言い換えると、相関係数の2乗分は、もはや未知の効果ではない。説明できる効果であり、剰余変数として放って置かず、積極的に誤差変動の中から除去すべき。
- 剰余変数と呼ばれていたものは、共変量と呼ばれる。





# 共分散分析

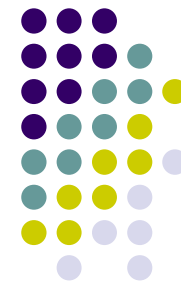
- 共分散分析は、共変量によって説明できる変動を、誤差変動の中から統制することにより、分析の精度を上げる手法である。
  - よって、統計的調整化と呼ばれる。



# 分散を統計量とした統計的検定の考え方



- 検定統計量 = 
$$\frac{\text{独立変数による変動} + \text{誤差による変動}}{\text{誤差による変動}}$$
- この検定統計量が大きくなるほど、独立変数の条件間に有意な差があると確率論的に主張できるように定義されている。



# 検定統計量と、誤差変動の縮小化

- 共分散分析は、共変量によって説明できる変動を、誤差変動の中から統制する手法である。
- いま、仮に30%説明できるとすると、誤差変動は70%になる。

- 検定統計量 = 
$$\frac{\text{独立変数による変動} + \frac{70}{100} \times \text{誤差による変動}}{\frac{70}{100} \times \text{誤差による変動}}$$



# 数学

- aを1以下とすると、

$$\frac{X + a \times Y}{a \times Y} = \frac{\frac{1}{a} \times X + Y}{Y}$$

$$> \frac{X + Y}{Y} \quad (a < 1)$$

← 通常の分散分析

- よって、誤差変動を縮小すれば検定統計量は上がり、条件間に差があると主張しやすくなる。(検定力が上がる)



## メリット・デメリット

- 共変量が複数あってブロック化が困難な時にも使用できる。
- データ取得後でも交絡の統制が可能。
- 交絡の防止のみならず、誤差変動を縮小し、分析の精度を上げるという積極的な意義をもつ。
- 結果は、「共変量が一定の値の時」に独立変数の効果がどうだろうか、ということを書述するに過ぎない。

# メリット・デメリットと、独立変数化との(微妙な)違い



- 独立変数化と共分散分析は、似たようなことを行っている。つまり、共変量による変動を考慮している。
- 共分散分析の場合、共変量によって説明できる分散は統制され、独立変数による効果を記述することが目的となる。
- 独立変数化の場合、共変量による効果を積極的に記述することになり、心理学的に実験者の興味のある変数と言える。
- よって、独立変数化の場合、共変量の水準に関しても実施順序のカウンターバランスを行う必要がある。



# 共分散分析の視覚的理解

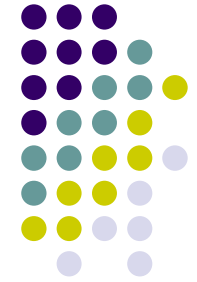


# 共分散分析の理解

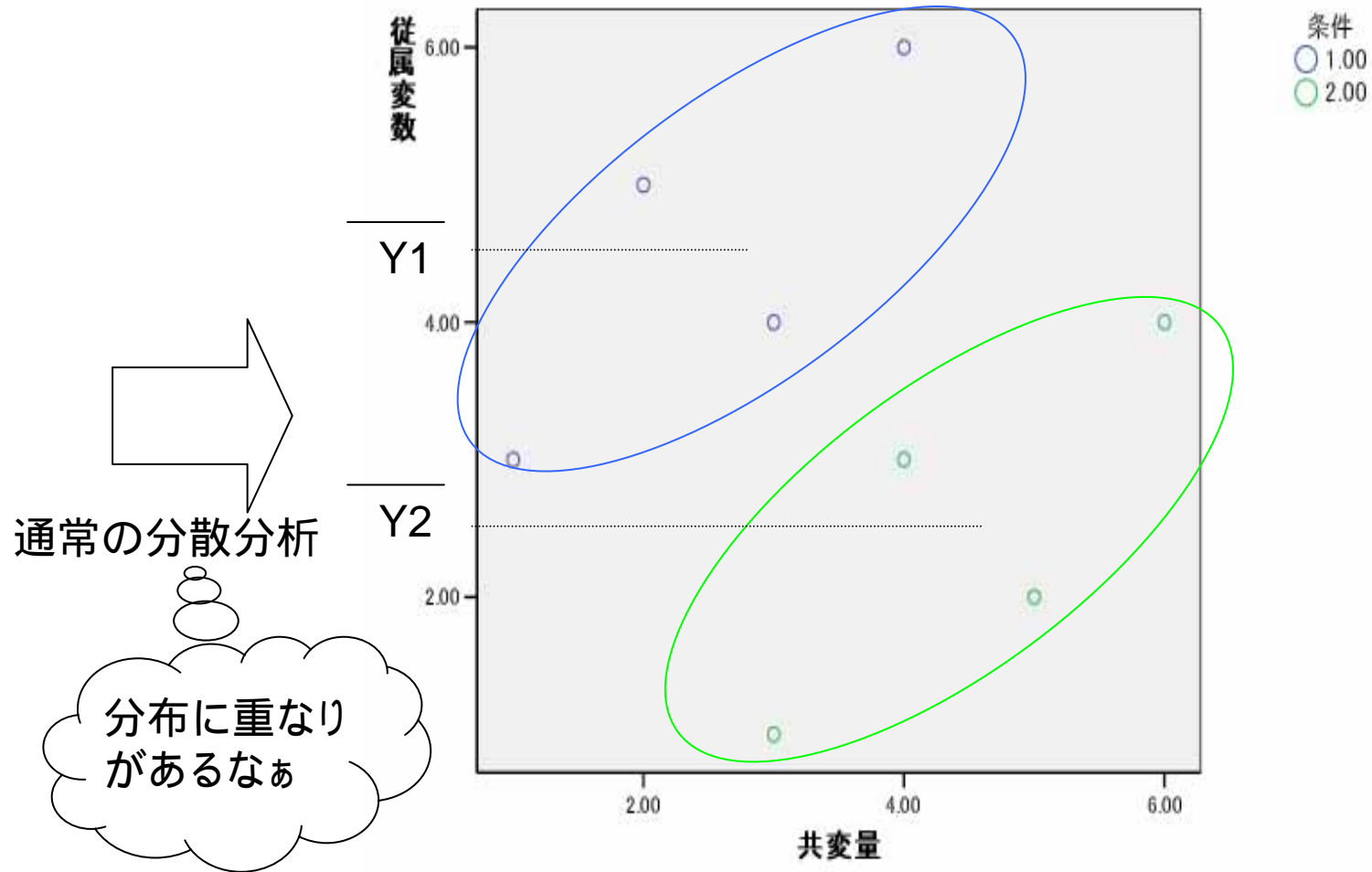
- 共分散分析は、共変量によって説明できる変動を誤差の中から取り除く手法。
- 全ての被験者の共変量が同一の値だったら、という状況を(統計により)想定して分散分析を行う手法ともいえる。
- 全ての被験者の共変量がある値の時、各被験者の従属変数の値はいくつになるかを求める。(調整平均)
- “ある値”には、各条件の共変量の平均値を求め、それらの平均値を採択することが多い。



# 通常分散分析の視覚的理解



共変量と従属変数の散布図

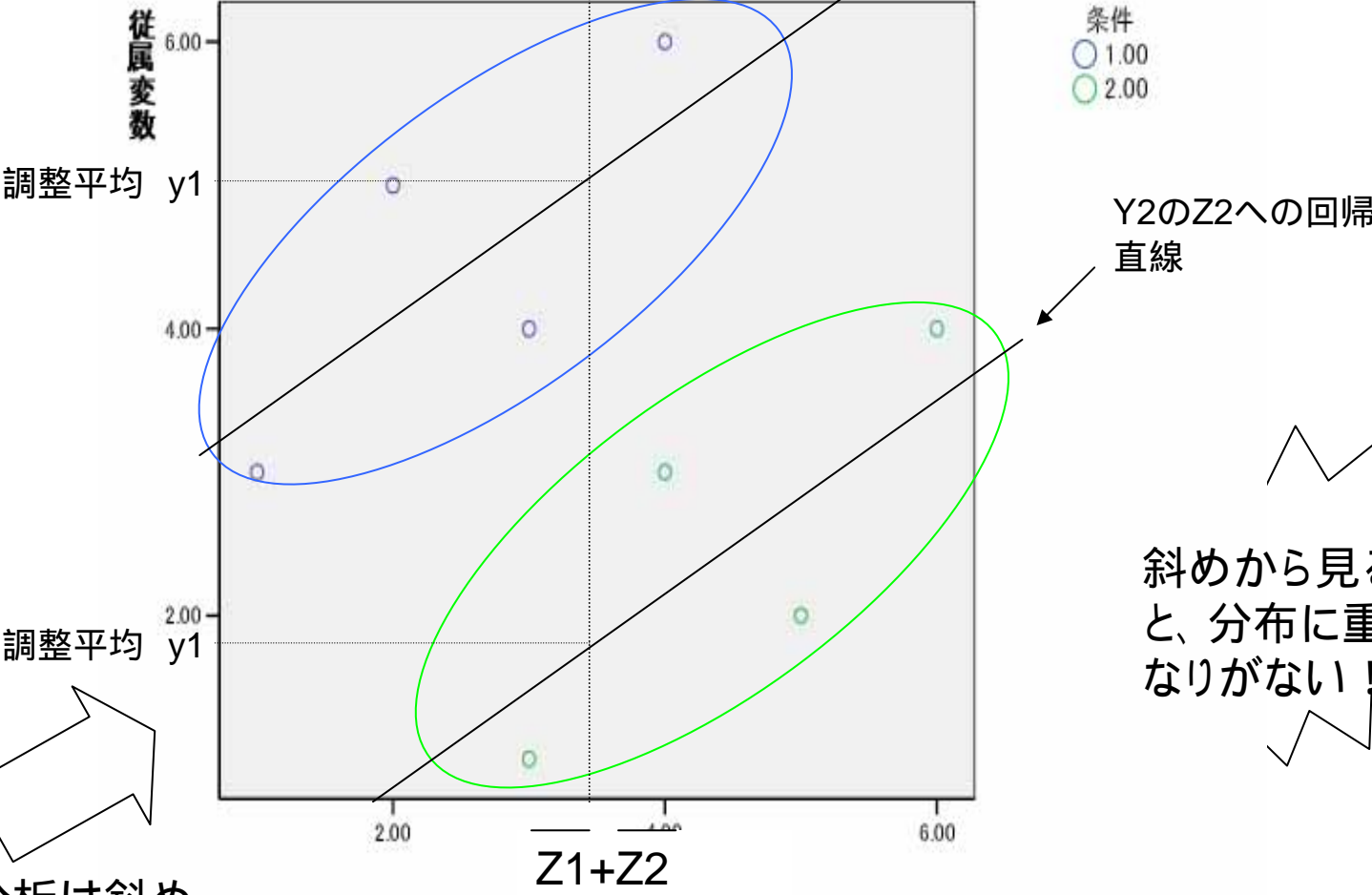


# 共分散分析の視覚的理解



共変量と従属変数の散布図

Y1のZ1への回帰直線



斜めから見ると、分布に重なりがない！

共分散分析は斜めから見る！



# データを実際に分析

## よくある共分散分析

### 2007年度進化班の発表

- 空間記憶能力の性差について検討
- 女性は、男性と比較して、空間記憶能力に優れていることが示唆されている。



# 実際に分析

- 成績には性差がありそうだ。
- しかし、男性にはやる気の無いやつが集まりすぎだ。

	被験者番号	記憶成績	やる気
男性	1	55	1
	2	60	3
	3	40	2
	4	55	4
	5	30	2
女性	1	85	7
	2	90	8
	3	100	9
	4	80	7
	5	95	8



# データの並べ方

- 被験者間要因の水準は縦に並べる。
- 男性の記憶成績を縦に人数分並べたら、その下に女性の記憶成績を縦に人数分並べる。
  - もちろん、綺麗に男性全員と女性全員を二分して並べる必要はない。データを取得した順に並べても構わない。
- 共変量は、横に並べる。
  - Aさんの記憶成績は、 点です。そして、そのAさんのやる気得点は、 点です。どちらもAさんの得点ですので、横に一列に並べて書いておきます。



# 並べることの意味

- 共変量も、同じ行にデータを書く。
  - この要因のこの水準における、Aさんの従属変数は  
である。だけどね、このAさんの共変量の値は  
× × だったんだよ、と「対応付け」ないといけない。
- この並べること困るときはないのか... ?
  - 以下は、困りそうなパターンの紹介と、それに対処するデータの並べ方のお勉強です。



# 2007年度進化班 (と架空データの紹介)



# 性差の進化心理学的説明

- Silverman and Eals (1992)

- 狩猟者としての男性

見知らぬ土地で獲物を追うので、家までのダイレクトルートを距離や方角をきちんとシミュレーションしながら狩をしなければならない。

- 採集者としての女性

毎年、季節ごとに、どの位置にどの食べ物の実がなるのか、物体(果物)の中身を学習して覚え、それらの相対的位置関係を覚えなければならない。

**労働分業に起因して、そのような社会に適応する形でヒトの心的能力も進化したのではないか。**





# 性差と記憶対象

- もし、進化的な説明が正しいのであれば、
- 女性は「果物のみの位置記憶能力」が男性と比較して優れているというデータがあってもいい。
- 再認パラダイムを用いて検討。
  - 被験者間要因：性別(男性・女性)
  - 被験者内要因：刺激の種類(果物・アクセサリ・動物・機械)



**学習段階  
複数の画面  
を記憶**



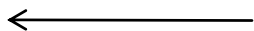


# アイテムの再認段階

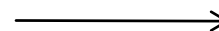
出てきましたか？



YES

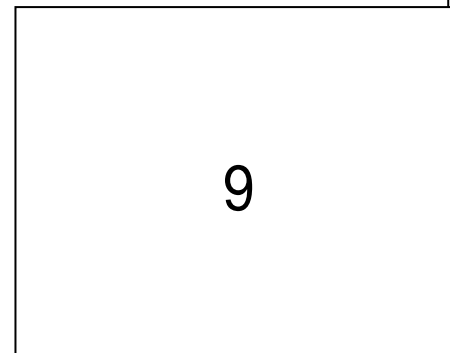
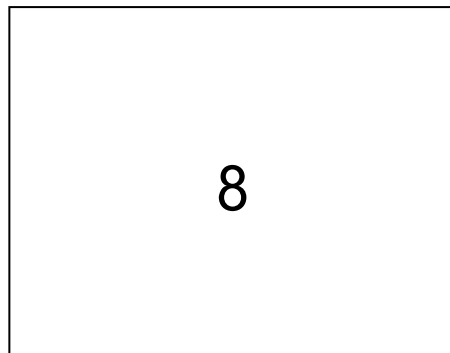


NO

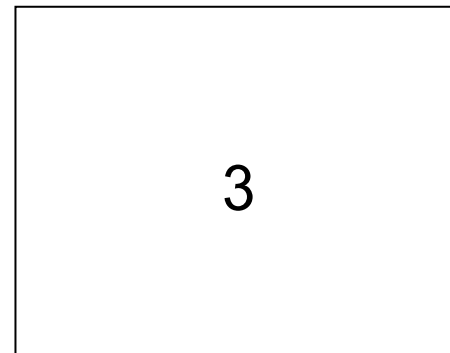
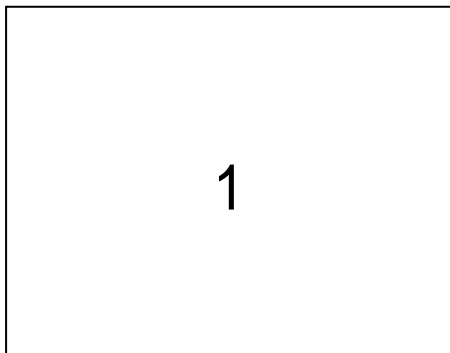
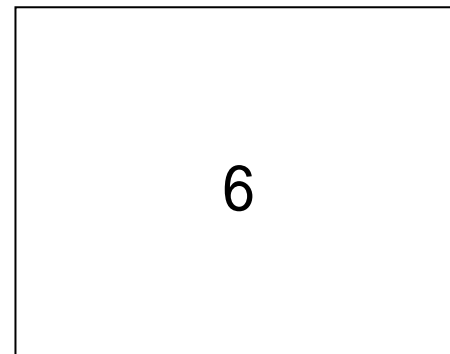




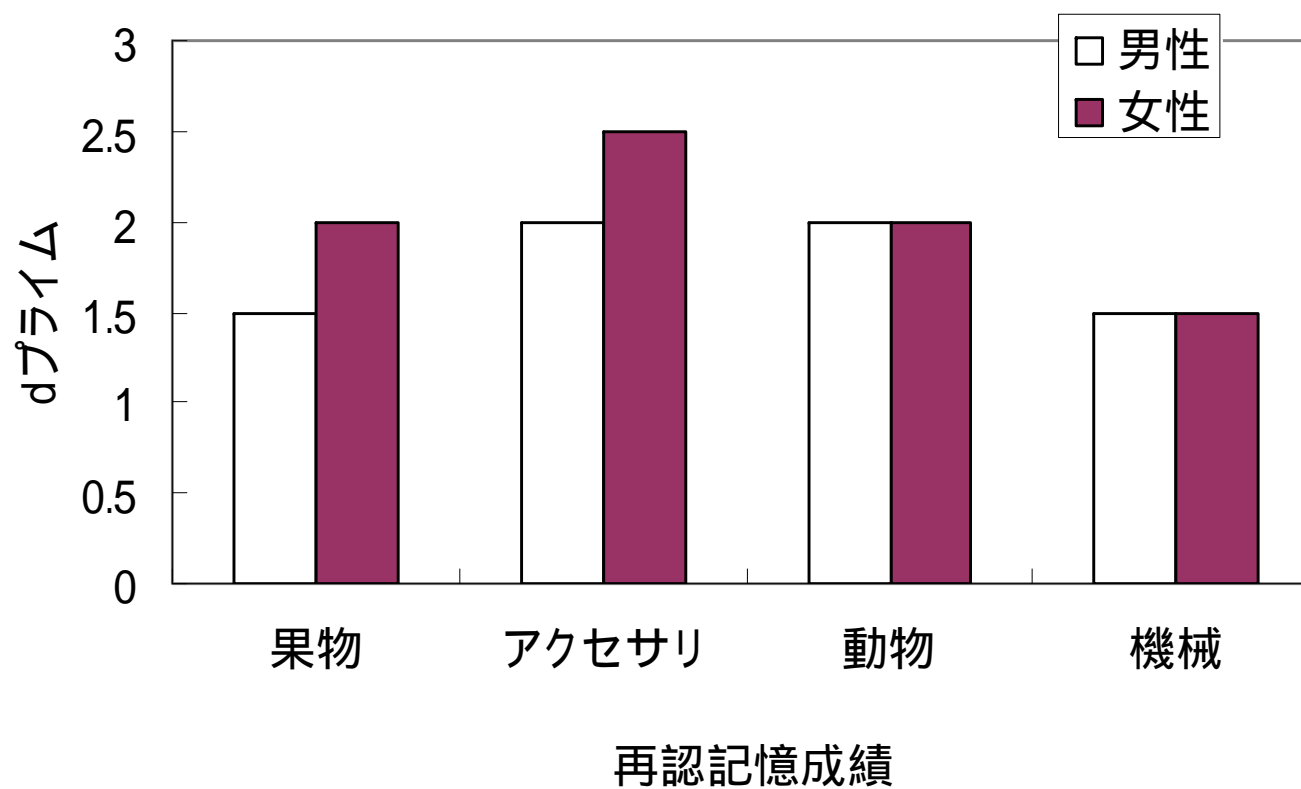
# 位置記憶のテスト



どこに？



# 結果:再認成績 (架空データ)



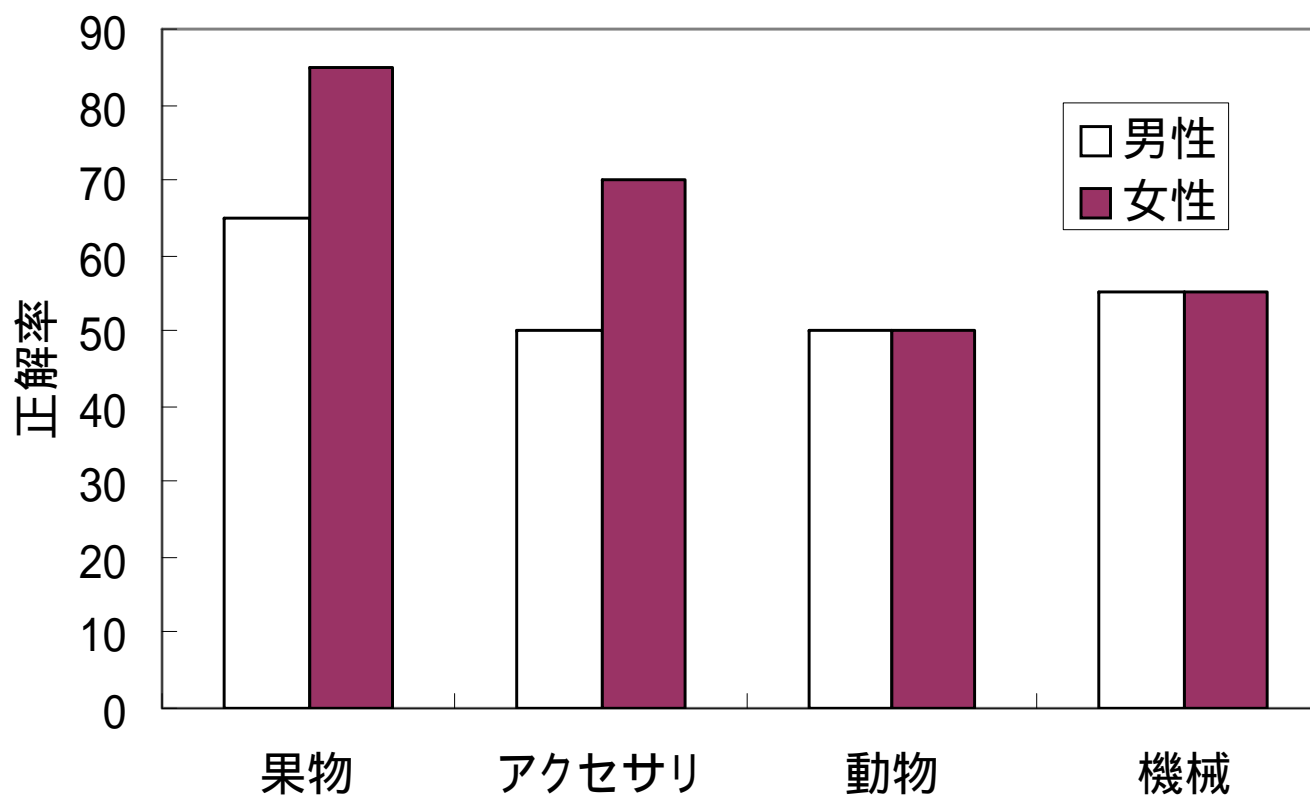


## 果物やアクセサリの再認成績

- 再認成績ではアクセサリで性差があり、果物、動物においても女性の方が男性よりも成績がよかった。  
そもそも女性が男性に比べて相当注意を払って画面を見ていたという可能性がある。
- 何とかして、この注意の影響を統制し、よりフェアに位置記憶成績を男女間で比較したい。



# 位置記憶能力 (架空データ)



位置記憶成績 (位置かつ再認正解試行数 / 全試行数)



# 共分散分析

- 再認成績によって説明される部分を統制する。
  - 共分散分析
  
- データの並べ方は？



# 被験者内要因の各水準の値を横に? (架空データ)



	被験者番号	位置記憶成績				再認成績			
		果物	アクセサリ	動物	機械	果物	アクセサリ	動物	機械
男性	1	55	50	70	70	1	1	2	5
	2	60	40	75	75	3	4	3	2
	3	40	60	65	80	2	5	4	3
	4	55	55	70	75	4	3	6	6
	5	30	65	55	85	2	2	5	2
女性	1	85	90	60	55	7	7	7	7
	2	90	95	65	50	8	9	5	3
	3	100	100	70	50	9	8	3	5
	4	80	85	5	45	7	10	4	1
	5	95	90	55	50	8	9	2	5

# 対応していないデータを並べている



- 前スライドにおけるデータの並べ方は、対応することが不適切(かもしれない)データを対応させている。
  - 例えば、果物の位置記憶成績とアクセサリの再認成績など。
- 果物の位置記憶成績は、果物の再認記憶成績とのみ対応付けたい。

# 矩形データ形式 (架空データ)

- 被験者の識別子や被験者内要因の水準の識別子を与える。
- 識別子を与えられた要因が、固定因子か変量因子であるかを判断し、統計モデルに投入する。

	被験者 番号	刺激の 種類	位置記憶 成績	再認 成績
男性	1	1	55	1
	1	2	50	1
	1	3	70	2
	1	4	70	5
	2	1	60	3
	2	2	40	4
	2	3	75	3
	2	4	75	2
	3	1	...	...
	...	...	...	...
女性	1	1	55	1
	1	2	50	1
	1	3	70	2
	1	4	70	5
	2	1	60	3
	2	2	40	4
	2	3	75	3
	2	4	75	2
	3	1	...	...
	...	...	...	...



# 共分散分析

- 共分散分析を行った結果、果物のみにおいて、位置記憶成績は女性の方が優位であった。
  - 追試に成功した。



## 参考文献

- 森 敏昭, 吉田寿夫 (1990) 『心理学のためのデータ解析テクニカルブック』, pp.279-282., 北大路書房
- 吉田 寿夫 (2003) 京都大学教育学部 心理統計実習 A・B 講義プリント
- 渡部 洋 (1988) 心理・教育のための多変量解析入門—基礎編 福村出版
- 謝辞
  - 兵庫教育大学の中西さんからは、昨年度の授業における発表資料に対し、多くのコメントを頂きました。